

## 2.10. Ellenőrző kérdések megoldásai

### Elméleti kérdések

1. Milyen módszerrel ábrázolhatók a váltakozó mennyiségek, és melyiknek mi az előnye?

**Megoldás:**

Az ábrázolás történhet vonaldiagramban. Előnye, hogy szemléletes. Történhet vektordiagramban. Előnye, hogy egyszerűbb, és kevesebb számolást igényel.

2. Milyen jellemzői vannak a váltakozó feszültségnek?

**Megoldás:**

Váltakozó feszültség jellemzői: pillanat érték, csúcsérték, periódusidő, frekvencia, körfrekvencia.

3. Mit nevezünk reaktanciának?

**Megoldás:**

Az induktivitás és a kapacitás váltakozó árammal szembeni ellenállása  $\left(\frac{U}{I}\right)$ .

4. Mit jelent az impedancia és milyen két fontos adattal jellemezzük?

**Megoldás:**

Az összekapcsolt R, L és C elemek eredő áramkorlátozó hatását látszólagos ellenállásnak vagy impedanciának nevezzük. Az impedancia a rezisztencia (R) és a reaktanciák ( $X_L$  és  $X_C$ ) eredője. A jele: Z. Az impedancia a nagyságával és a fázisszögével jellemezhető.

5. Mi okozza egy tekercs veszteségét, hogyan fejezzük ki a veszteség mértékét?

**Megoldás:**

Tekercsveszteség: A tekercshuzal ohmos ellenállása, vasmag örvényáramú és hiszterézisvesztesége.

A veszteség mértékét a veszteségi tényezővel  $tg\delta = \frac{r}{X_L}$ , illetve a jósági tényezővel

$$Q = \frac{1}{tg\delta} = tg\varphi \text{ fejezzük ki.}$$

## 6. Mi a körfrekvencia?

**Megoldás:** A körfrekvencia a forgó vektor 1 másodperc alatt befutott szögmenyisége radiánban ( $\omega$ ):  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

## 7. Milyen kapcsolat van az impedancia és az admittancia fázisszöge között?

**Megoldás:** Az admittancia fázisszöge azonos nagyságú az impedancia fázisszögével, de ellentétes előjelű:

$$\Phi_y = -\Phi$$

8. Soros R-L-C kapcsolásban, ha az  $R = 100 \Omega$ . Lehet az eredő impedancia  $80 \Omega$ ? Indokold is meg!

**Megoldás:** Nem,  $Z_e = R$  rezonancián, és ilyenkor a legkisebb.

## 9. Válaszd ki a helyes állítás(oka)t!

1. soros R-L-C kapcsolásban  $\varphi = \pm 45^\circ$ -nál az impedanciának minimuma van.
2. soros R-L-C kapcsolásban  $\varphi = \pm 45^\circ$ -nál az impedanciának maximuma van.
3. rezonancia frekvencián a  $\varphi = 0^\circ$ .
4. rezonancia frekvencián az impedanciának minimuma van.

**Megoldás:** 3, 4.

## Számítási feladatok

1. Egy szinuszosan váltakozó áram időfüggvénye:  $i = 200 \cdot \sin(400 \cdot t - 25^\circ) \text{ mA}$ . Adja meg az áram csúcsértékét, effektív értékét, körfrekvenciáját, frekvenciáját kezdőfázisát és periódusidejét!

**Megoldás:**

$$I_p = \underline{\underline{200 \text{ mA}}}$$

$$I = \frac{I_p}{\sqrt{2}} = \frac{200}{\sqrt{2}} \cong \underline{\underline{141,42 \text{ mA}}}$$

$$\omega = \underline{\underline{400 \text{ c/s}}}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \rightarrow f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{400}{2 \cdot \pi} \cong \underline{\underline{63,66 \text{ Hz}}}$$

$$\Phi = -25^\circ \cong \underline{\underline{-0,436 \text{ rad}}}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{63,66} \cong 15,71 \cdot 10^{-3} \text{ s} = \underline{\underline{15,71 \text{ ms}}}$$

2. Egy feszültség csúcstértéke 5V, a frekvenciája 1 kHz. Írja fel a feszültség időfüggvényét! Állapítsa meg a jel pillanatértékét a  $t = 0,32$  ms időpontban!

**Megoldás:**

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot 10^3 \cong \underline{\underline{6283 \text{ c/s}}}$$

$$u = \underline{\underline{5 \cdot \sin 6283 \cdot t \text{ (V)}}}$$

$$u = 5 \cdot \sin 6283 \cdot t = 5 \cdot \sin 6283 \cdot 0,32 \cdot 10^{-3} \cong \underline{\underline{4,52 \text{ V}}}$$

3. Egy kondenzátorra kapcsolt feszültség időfüggvénye  $u = 35,36 \cdot \sin 2310t \text{ V}$ . A kondenzátoron átfolyó áram:  $i = 39,6 \cdot \sin(2310t + \frac{\pi}{2}) \text{ mA}$ . Mekkora a kondenzátor reaktanciája, kapacitása és mekkora a frekvencia?

**Megoldás:**

$$X_C = 892,9 \Omega;$$

$$C = 485 \text{ nF};$$

$$f = 367,6 \text{ Hz},$$

mivel

$$X_C = \frac{U_{cs}}{I_{cs}} = \frac{35,36}{39,6 \cdot 10^{-3}} = 892,9 \Omega;$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \rightarrow C = \frac{1}{\omega \cdot X_C} = \frac{1}{2310 \cdot 892,9} = 485 \text{ nF};$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2310 \frac{1}{s};$$

$$f = \frac{2310}{2\pi} = 367,6 \text{ Hz}.$$

4. Határozzuk meg a tekercs induktív reaktanciáját és a rajta áthaladó áram effektív értékét, ha a tekercs induktivitása 58 mH, a rákapcsolt szinuszos feszültség amplitúdója 25 V, frekvenciája 4,5 kHz! Számítsuk ki a tekercsben tárolt max. energiát!

**Megoldás:**

$$X_L = 1640 \Omega;$$

$$I = 15,24 \text{ A};$$

$$W = 3,38 \mu\text{W}\cdot\text{s}, \text{ mivel}$$

$$X_L = \frac{U}{I} = \omega \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 4,5 \cdot 10^3 \cdot 58 \cdot 10^{-3} = 1640 \Omega$$

$$I_{cs} = \frac{U_{cs}}{X_L} = \frac{25}{1640} = 15,24 \text{ mA}$$

$$I = \frac{I_{cs}}{\sqrt{2}} = \frac{15,24}{\sqrt{2}} = 10,8 \text{ mA}$$

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 58 \cdot 10^{-3} \cdot 10,8^2 \cdot 10^{-6} = 3,38 \mu W \cdot s$$

5. Számítsuk ki az ábrán látható soros R-L kapcsolás:

- eredő impedanciáját,
- az ellenálláson és a tekercs látszólagos ellenállásán eső feszültséget,
- az eredő feszültségét,
- a feszültség és az áram fázisszögét,
- jósági tényezőjét!

Rajzoljuk meg az áramerősség és az eredő feszültség vektorábráját!

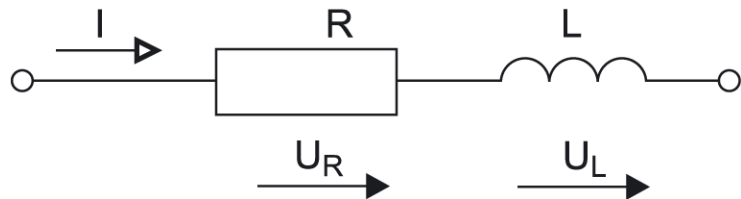
Adatok:

$$R = 600 \Omega$$

$$L = 50 \text{ mH}$$

$$I = 3 \text{ mA}$$

$$f = 1900 \text{ Hz}$$



**Megoldás:**

Az eredő impedancia abszolút értéke a  $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$  összefüggésből határozható meg.

Az induktív látszólagos ellenállás:

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L = 6,28 \cdot 1,9 \cdot 10^3 \text{ Hz} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 597 \Omega \approx 600 \Omega.$$

Behelyettesítve az impedancia képletébe:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(6 \cdot 10^2)^2 + (6 \cdot 10^2)^2} = \sqrt{72 \cdot 10^4} \approx 8,5 \cdot 10^2 \approx 850 \Omega$$

Az ellenálláson eső feszültség:  $U_R = I \cdot R = 3 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 6 \cdot 10^2 \Omega = 1,8 \text{ V}.$

A tekercs reaktanciáján eső feszültség:

$$U_L = I \cdot X_L = 3 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 6 \cdot 10^2 \Omega = 1,8 \text{ V}.$$

Az eredő feszültség abszolút értéke:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{1,8^2 + 1,8^2} = \sqrt{3,24 + 3,24} = \sqrt{6,48} = 2,55 \text{ V}.$$

Az önindukció miatt a feszültség siet az áramerősséghez képest, a közöttük lévő fázisszög az ohmos és az induktív ellenállástól függ.

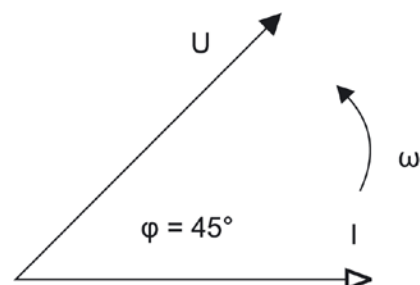
A látszólagos és a vesztségi ellenállás viszonyozsáma az áramkör (a tekercs) jósági tényezőjét (Q) adja meg.

Az áramkör jósági tényezője:  $Q = \frac{\omega L}{R}$

$$\text{tg } \varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{600 \Omega}{600 \Omega} = 1, \text{ a fázisszög: } \varphi = \text{arc tg } 1 = 45^\circ$$

A  $\varphi = 45^\circ$  fáziseltérés egy kiemelt frekvencián ( $f_0$ ) jön létre, elnevezése határfrekvencia. A feladatból jól látható, hogy az

$$R = X_L = 2\pi \cdot f_0 \cdot L, \text{ ebből } f_0 = \frac{R}{2\pi \cdot L}.$$



A feladatban az adott R és L esetén a határfrekvencia  $f_0 = 1900$  Hz.

A határfrekvencián tehát a  $\varphi = 45^\circ$ . Az ohmos és az induktív látszólagos ellenállás vektora ugyanakkora.

Az induktivitáson a feszültség vektora siet az áramerősséghez képest.

6. Kapcsoljunk párhuzamosan egy ellenállást és egy kondenzátort! A tápláló generátor frekvenciája 1500 Hz, feszültsége 6 V.

a) Számítsuk ki az eredő áramerősséget és az ágak áramát!

b) Határozzuk meg az áramkör határfrekvenciáját!

c) Mekkora az áramkör feszültség-áramerősség fázisszöge?

### Megoldás:

$$f = 1500 \text{ Hz}$$

$$U = 6 \text{ V}$$

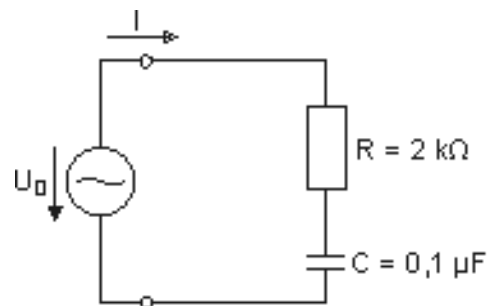
$$R = 4 \text{ k}\Omega$$

$$C = 10 \text{ nF}$$

$$a) I = ?; I_R = ?; I_C = ?$$

$$b) f_h = ?$$

$$c) \varphi = ?$$



$$a) \underline{I_R} = \frac{U}{R} = \frac{6}{4000} = 0,0015 \text{ A} = \underline{\underline{1,5 \text{ mA}}}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1500 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = 10615,7 \Omega$$

$$\underline{I_C} = \frac{U}{X_C} = \frac{6}{10615,7} = 0,0005652 \text{ A} = \underline{\underline{0,565 \text{ mA}}}$$

$$\underline{I} = \sqrt{I_C^2 + I_R^2} = \sqrt{0,0015^2 + 0,0005652^2} = 0,0016 \text{ A} = \underline{\underline{16 \text{ mA}}}$$

$$b) \underline{f_h} = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 4000 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = \underline{\underline{4000 \text{ Hz}}}$$

$$c) \underline{\underline{tg \varphi}} = -\frac{R}{X} = \frac{4000}{10615,7} = 0,3768 \rightarrow \underline{\underline{\varphi = -20,6^\circ}}$$

7. Adatok:

$$U = 1 \text{ V}$$

$$f_0 = 1 \text{ MHz (rezonanciafrekvencia)}$$

$$Q = 50 \text{ (a rezgőkör jósági tényezője)}$$

$$C = 100 \text{ pF}$$

Feladatok

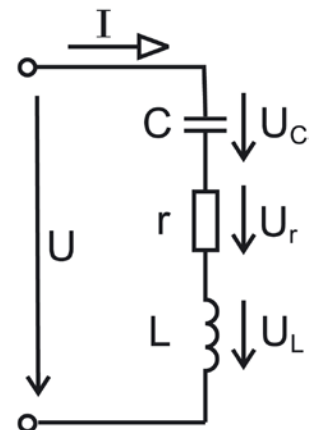
a) Határozza meg a rezgőköri tekercs induktivitását (L)!

b) Határozza meg a rezgőkör soros veszteségi ellenállását (r)!

c) Határozza meg az áram (I) értékét rezonanciafrekvencián!

d) Határozza meg  $U_L$  és  $U_C$  értékét rezonanciafrekvencián!

e) Számítsa ki a rezgőkör sávzélességét (B) terhelés nélkül!



**Megoldás:**

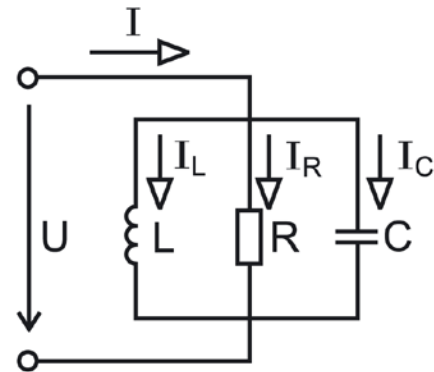
- a) 
$$L = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_0^2 \cdot C} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot 10^{12} \text{ Hz}^2 \cdot 10^{-10} \text{ F}} = \underline{\underline{253 \mu\text{H}}}$$
- b) 
$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 10^6 \text{ Hz} \cdot 2,53 \cdot 10^{-4} \text{ H} = \underline{\underline{1,59 \text{ k}\Omega}}$$
- $$r = \frac{X_L}{Q} = \frac{1590 \Omega}{50} = \underline{\underline{31,8 \Omega}}$$
- c) 
$$I = \frac{U}{r} = \frac{1 \text{ V}}{31,8 \Omega} = \underline{\underline{31,4 \text{ mA}}}$$
- d) 
$$U_C = U_L = Q \cdot U = 50 \cdot 1 \text{ V} = \underline{\underline{50 \text{ V}}}$$
- e) 
$$B = \frac{f_0}{Q} = \frac{1 \text{ MHz}}{50} = \underline{\underline{20 \text{ kHz}}}$$

**8. Adatok:**

$f_0 = 800 \text{ kHz}$  (rezonanciafrekvencia)  
 $Q = 100$  (a rezgőkör jósági tényezője)  
 $L = 200 \mu\text{H}$ ;  $U = 1 \text{ V}$

**Feladatok:**

- a) Határozza meg a rezgőköri kapacitás (C) értékét!
- b) Határozza meg a rezgőkör párhuzamos veszteségi ellenállását (R)!
- c) Számítsa ki a rezgőkör sávszélességét!
- d) Határozza meg az áramok ( $I$ ,  $I_L$ ,  $I_R$  és  $I_C$ ) értékét rezonanciafrekvencián!

**Megoldás:**

- a) 
$$C = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_0^2 \cdot L} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot 8^2 \cdot 10^{10} \text{ Hz}^2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ H}} = \underline{\underline{197,9 \text{ pF}}}$$
- b) 
$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 10^5 \text{ Hz} \cdot 2 \cdot 10^{-4} \text{ H} = 1,005 \text{ k}\Omega$$
- $$R = Q \cdot X_L = 100 \cdot 1,005 \text{ k}\Omega = \underline{\underline{100,5 \text{ k}\Omega}}$$
- c) 
$$B = \frac{f_0}{Q} = \frac{800 \text{ kHz}}{100} = \underline{\underline{8 \text{ kHz}}}$$
- d) 
$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{1 \text{ V}}{100 \text{ k}\Omega} = \underline{\underline{10 \mu\text{A}}} \quad I = I_R = \underline{\underline{10 \mu\text{A}}}$$
- $$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} = \underline{\underline{1 \text{ mA}}} \quad I_C = I_L = \underline{\underline{1 \text{ mA}}}$$