Elektrotechnika – Feladattár megoldások

Impresszum

Szerző:
Rauscher István

Szakmai lektor:
Érdi Péter

Módszertani szerkesztő:
Gáspár Katalin

Technikai szerkesztő:
Bánszki András

Készült a TÁMOP-2.2.3-07/1-2F-2008-0004 azonosítószámú projekt keretében. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Regionális Fejlesztési Alap társfinanszírozásával valósult meg. Közreműködő szervezet ESZA Nkft.

2010

Tartalomjegyzék

Feladatok megoldásai a Prefixumok, átszámítások című fejezethez

1.) Töltse ki a táblázatot az első oszlopban található minta alapján!

20 mV	100 nF	500 kHz	40 kΩ	10 ms	20 μS
$5 \cdot 10^{-2}$ V	10^{-7} F	$5 \cdot 10^{5}$ Hz	$4 \cdot 10^{4}$ Ω	10^{-2} s	$2 \cdot 10^{-5}$ S

2.) A feladatok megoldása során gyakran kell különböző, ún. előtétszavakkal (prefixumokkal) megjelölt mennyiségekkel számolnunk. A villamos áramköri feladatok előtt gyakoroljuk az átszámításokat! Az átváltott mennyiségek értékeit írjuk fel normálalakban (10 hatványaival) is!

a.

100 μV = 0,1 mV =0,0001 V = 10^{-4} V
0,5 kV = 500 V = 5.10^{2} V
50 V = 0,05 kV =50000 mV = 5.10^{4} V

b.

5000 mA = 5 A = 5.10^{0} A
50 μA = 0,05 mA =0,00005 A = 5.10^{-5} A
10 A = 10000 mA =10000000μA = 10^{7} A

c.

1000 kΩ = 1000000 Ω = 10^{6} Ω
0,5 MΩ = 500 kΩ =500000 Ω = 0,002 mS = 2.10^{-3} mS
3 Ω = 3000 mΩ = 0,33 S = $3,3.10^{-1}$ S

3.)

a. Fejezzük ki amperekben az alábbi áramértékeket!

150 mA = 0,15 A
820 μA = 0,00082 A
328000 mA = 328 A
38 mA = 0,038 A
0,05 kA = 50 A
20 kA = 20000 A

b. Fejezzük ki milliamperekben az alábbi áramértékeket!

1800 μA = 1,8 mA
3 μA = 0,003 mA
0,002 A = 2 mA
36000 μA = 36 mA
0,0005 kA = 500 mA
0,025 A = 25 mA

c. Fejezzük ki millivoltokban az alábbi feszültségértékeket!

1200 V = 1200000 mV
42 V =42000 mV
25 V = 25000 mV
2,4 kV = 2400000 mV
0,4 V = 400 mV
800 V = 0,8 mV

Feladatok megoldásai az Áramköri alapmennyiségek és alapfogalmak című fejezethez

1.) Mekkora annak a 3,5 km-es, előfizetőket összekötő távbeszélő áramkörnek az ellenállása, amelyet 2 mm átmérőjű vörösréz vezetékkel valósítottak meg?

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{2^2 \cdot \pi}{4} = 3{,}14 mm^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = 1{,}75 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{3{,}5 \cdot 10^3}{3{,}14} = 1{,}95 \cdot 10^1 = \underline{\underline{19{,}5\Omega}}$$

2.) Milyen anyagból készült az a 2 mm átmérőjű huzal, amelynek 12 km hosszúságú darabja 5,31 kΩ ellenállású?

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{2^2 \cdot \pi}{4} = 3{,}14 mm^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} \rightarrow \rho = \frac{R \cdot A}{l} = \frac{5{,}31 \cdot 10^3 \cdot 3{,}14}{12 \cdot 10^3} = \underline{\underline{1{,}39 \frac{\Omega mm^2}{m}}}$$ (kanthal)

3.) Egy villamos fűtőtest konstantán fűtőszálának ellenállása 150°C-on 35 Ω. Mekkora az ellenállása szobahőmérsékleten?
Először kigyűjtjük az adatokat a szövegből, illetve táblázatból:

T_1 = 150°C
T_0 = 20°C
R_1 = 35 Ω

$$\alpha = -5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{°C}$$

R_0 = ?

Kiszámítjuk a hőmérséklet megváltozását:

$$\Delta T = T_1 - T_0 = 150 - 20 = 130°C$$

Meghatározzuk tetszőleges T_1 hőmérsékleten az anyag ellenállását:

$$R_1 = R_0 + \Delta R = R_0 + \alpha \cdot R_0 \cdot \Delta T = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

A fenti összefüggésből kifejezzük, majd meghatározzuk az ismeretlen ellenállás értékét:

$$R_0 = \frac{R_1}{1 + \alpha \cdot \Delta T} = \frac{35}{1 - 5 \cdot 10^{-6} \cdot 130} = \underline{\underline{35{,}022765\Omega}}$$

Már a hőfoktényező előjeléből kiderült, hogy a konstantán NTK anyag, tehát kisebb hőmérsékleten az ellenállása nagyobbra adódott.

4.) Egy kültéri transzformátor réztekercsének ellenállása szobahőmérsékleten 8,2Ω, üzemi ellenállása pedig 7,5 Ω. Mekkora a tekercs hőmérséklete üzem közben?

$$\Delta R = R_1 - R_0 = 7{,}5 - 8{,}2 = -0{,}7\Omega$$

$$\Delta R = \alpha \cdot R_0 \cdot \Delta T \rightarrow \Delta T = \frac{\Delta R}{\alpha \cdot R_0} = \frac{-0{,}7}{3{,}8 \cdot 10^{-3} \cdot 8{,}2} = -22{,}46°C$$

$$\Delta T = T_1 - T_0 \rightarrow T_1 = \Delta T + T_0 = -22{,}46 + 20 = \underline{\underline{-2{,}46°C}}$$

Feladatok megoldásai az Egyenáramú hálózatok című fejezethez

1.) Mekkora feszültség esik azon a 4,7 km hosszú, 2,5 mm átmérőjű rézvezetéken, amelyen 1,95 A erősségű áram folyik?

Megoldás:

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{2{,}5^2 \cdot \pi}{4} = 4{,}91\,mm^2$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = 1{,}75 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{4{,}7 \cdot 10^3}{4{,}91} = 16{,}75\,\Omega$$

$$U = I \cdot R = 1{,}95 \cdot 16{,}75 = \underline{\underline{32{,}66\,V}}$$

2.) Egy forrasztópáka névleges feszültsége 24 V, árama 2,5 A. Mekkora áram folyik át rajta, ha az üzemi feszültsége +10%-kal illetve -15%-kal megváltozik?

Megoldás:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{24}{2{,}5} = 9{,}6\,\Omega$$

$$U_{max} = 1{,}1 \cdot 2{,}4 = 26{,}4\,V \rightarrow I_{max} = \frac{U_{max}}{R} = \frac{26{,}4}{9{,}6} = \underline{\underline{2{,}75\,A}}$$

$$U_{min} = 0{,}85 \cdot 24 = 20{,}4\,V \rightarrow I_{min} = \frac{U_{min}}{R} = \frac{20{,}4}{9{,}6} = \underline{\underline{2{,}125\,A}}$$

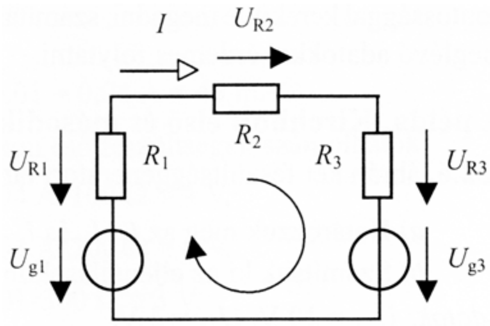
3.) Egy villamos hősugárzó áramfelvétele 5,1 A. A hálózati csatlakozónál 224 V-ot, a készülék kapcsain 212 V-ot mérünk a két vezeték között. Mekkora a vezetékpár ellenállása?

Megoldás:

$$R = \frac{U_1 - U_2}{I} = \frac{224 - 212}{5{,}1} = \underline{\underline{2{,}35\,\Omega}}$$

4.) Az ábrán két feszültséggenerátort tartalmazó áramkört láthatunk.

a) Határozzuk meg az R_2 ellenálláson eső U_{R2} feszültségesés nagyságát!
b) Számítsuk ki az áramkörben folyó I áramerősséget!
Adatok:
U_{g1} = 24 V,
U_{g3} = 12 V,
R_1 = 330 Ω,
R_2 = 220 Ω,
R_3 = 220 Ω.



Megoldás:

a) Kirchhoff második törvényét alkalmazva írjuk fel a feszültségek előjeles összegét az ábrán jelölt pozitív mérőirány figyelembevételével!

$-U_{g1} - U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + U_{g3} = 0$,

Amiből U_{R2}-t kifejezve:

$U_{R2} = U_{g1} + U_{R1} - U_{R3} - U_{g3} = IR_1 - IR_3 - U_{g3}$.

b) U_{R2} kiszámításához ismernünk kell az I áramerősséget. Az áramerősség kiszámításához U_{R2} helyébe az $U_{R2} = I \cdot R_2$ U egyenlőség alapján írjuk be az $I \cdot R_2$ szorzatot:

$I \cdot R_2 = U_{g1} + I \cdot R_1 - I \cdot R_3 - U_{g2}$.

Ebből:

$$I = \frac{U_{g1} - U_{g2}}{R_2 + R_3 - R_1} = \frac{24 - 12}{220 + 220 - 330} = 0{,}11\,A.$$

Térjünk vissza az a) kérdéshez!

a) az áramerősség ismeretében az R_2 ellenálláson eső U_{R2} feszültség már egyszerűen kiszámolható:

$U_{R2} = I \cdot R_2 = 0{,}11 \cdot 220 = 24{,}2\,V$

Hasonló eredményt kapunk, ha I értékét behelyettesítjük az előzőleg felírt hurokegyenletbe:

$U_{R2} = U_{g1} + I \cdot R_1 - I \cdot R_3 - U_{g2} = 24 + 0{,}11 \cdot 330 - 0{,}11 \cdot 220 - 12 = 24{,}1V$.

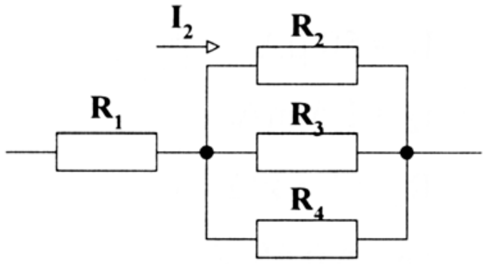
Az R_1 ellenálláson eső feszültség: $U_{R1} = I \cdot R_1 = 0{,}11 \cdot 330 = 36{,}3V$

Az R_3 ellenálláson eső feszültség: $U_{R3} = I \cdot R_3 = 0{,}11 \cdot 220 = 24{,}2\,V$

Figyeljük meg, hogy a kétféleképpen számolt U_{R2} feszültség értéke 0,1 V-tal eltért egymástól. Ez abból adódott, hogy az I áramerősséget két tizedesjegy pontossággal, kerekített értékkel számoltuk. Az áram pontosabb értéke I = 0,10909… V. Több tizedes pontossággal számolva a feszültség mindkét képlet szerint U_{R2} = 24 V-ra adódik.

Célszerű számításainkban a részeredményeket és a végeredményt néhány tizedesjegy pontossággal kerekítve megadni, számításainkat azonban a számológép memóriájában meglévő adatokkal érdemes folytatni.

5.) Az alábbi kapcsolásban szereplő R1 jelzésű ellenálláson mekkora áram folyik keresztül?



Adatok:
I2 = 10 mA
R2 = 500 Ω
R3 = 2 k Ω
R4 = 1,2 k Ω
R1 = 100 Ω

Megoldás:

$$U_2 = I_2 \cdot R_2 = 10\ mA \cdot 0{,}5\ k\Omega = 5\ V$$

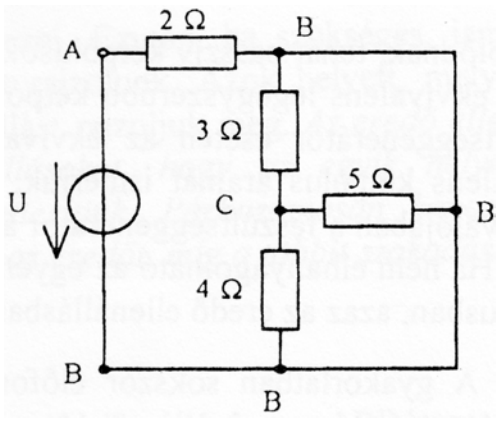
$$U_2 = U_3 = U_4 = 5\ V$$

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{5\ V}{2\ k\Omega} = 2{,}5\ mA \qquad I_4 = \frac{U_4}{R_4} = \frac{5\ V}{1{,}2\ k\Omega} = 4{,}17\ mA$$

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4 = 10\ mA + 2{,}5\ mA + 4{,}17\ mA = 16{,}67\ mA$$

$$\underline{\underline{U_1}} = I_1 \cdot R_1 = 16{,}67\ mA \cdot 0{,}1\ k\Omega = \underline{\underline{1{,}667\ V}}$$

6.) Mekkora a kapcsolás AB pontjai közti eredő ellenállás?

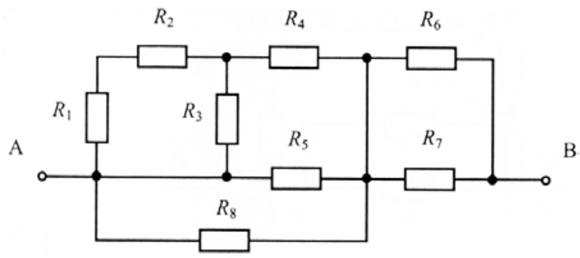


Megoldás:

A 3 Ω-os, a 4 Ω-os és az 5 Ω-os ellenállások párhuzamosan kapcsolódnak, és egyik pólusuk a B pontra csatlakozik. Másik pólusuk is közös, de az áramkör egyik pontjához sem kapcsolódik („lóg a levegőben”). Ha feszültséget kapcsolnánk az A-B pontokra, csak a 2 Ω-os ellenálláson folyhatna áram, tehát:
$R_{AB} = 2\ \Omega$
A 2 Ω-os ellenállás árama: $I = \frac{U}{R_{AB}} = \frac{24}{2} = 12\ A$, és a 3Ω -os ellenálláson nem folyik áram.
Tehát az eredő ellenállás meghatározásánál csak azokat az ellenállásokat kell figyelembe venni, amelyeken áram folyik, ha az áramkörre feszültséget kapcsolunk.

7.) Számítsuk ki az alábbi ábra ellenállás-hálózatának eredőjét!

Adatok:
$R_1 = 1\ k\Omega$
$R_2 = 2\ k\Omega$
$R_3 = 3\ k\Omega$
$R_4 = 4\ k\Omega$
$R_5 = 5\ k\Omega$
$R_6 = 6\ k\Omega$
$R_7 = 7\ k\Omega$
$R_8 = 8\ k\Omega$

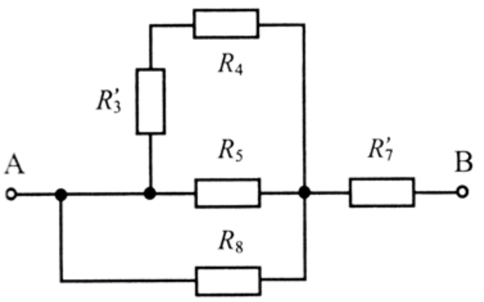


Megoldás:

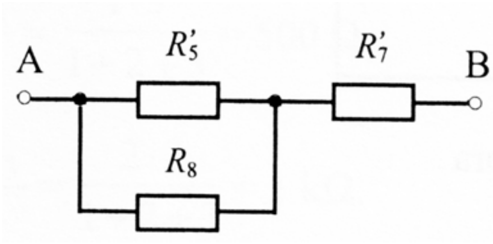
Első lépésben vonjuk össze a soros R_1 és R_2 ellenállások eredőjét a velük párhuzamos R_3 ellenállással, valamint a párhuzamosa R_6 és R_7 ellenállásokat (a ábra):

$$R_3' = (R_1 + R_2) \times R_3 = (1 + 2) \times 3 = \frac{3 \cdot 3}{3 + 3} = 1{,}5\ k\Omega$$

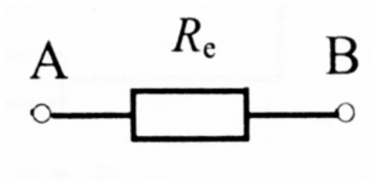
$$R_7' = R_6 \times R_7 = \frac{R_6 \cdot R_7}{R_6 + R_7} = \frac{6 \cdot 7}{6 + 7} = 3{,}23\ k\Omega$$



a. ábra



b. ábra



c. ábra

Második lépésben vonjuk össze a soros R_3' és R_4 ellenállások eredőjét a velük párhuzamos R_5 ellenállással (b. ábra):

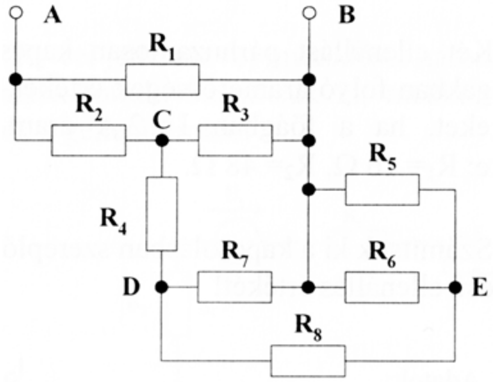
$$R_4' = R_3' + R_4 = 1{,}5\ k\Omega + 4\ k\Omega = 5{,}5\ k\Omega\ ,$$

$$R_5' = \left(R_3' + R_4\right) \times R_5 = R_4' \times R_5 = \frac{R_4' \cdot R_5}{R_4' + R_5} = \frac{5{,}5 \cdot 5}{5{,}5 + 5} = 2{,}62\ k\Omega\ .$$

Utolsó lépésként vonjuk össze a párhuzamos R_5' és R_8 párhuzamos ellenállásokat és a velük sorba kapcsolt R_7' ellenállást (c. ábra):

$$R_e = \left(R_5' \times R_8\right) + R_7' = \frac{R_5' \cdot R_8}{R_5' + R_8} + R_7' = \frac{2{,}62 \cdot 8}{2{,}62 + 8} + 3{,}23 = 5{,}2\ k\Omega\ .$$

8.) Számítsuk ki az alábbi kapcsolás eredő ellenállásának értékét!



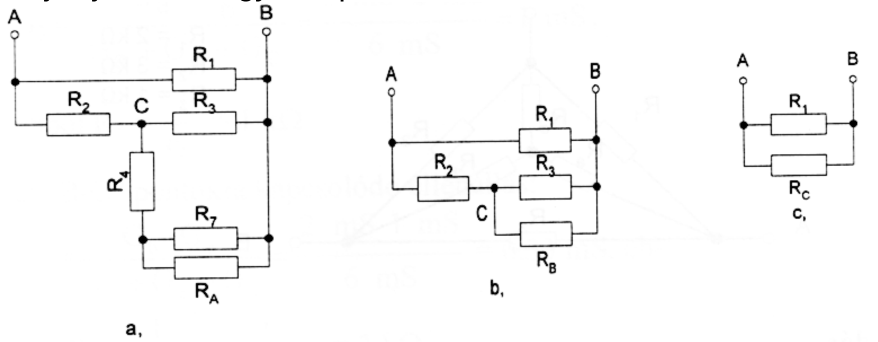
Adatok:
R_1 = 2 kΩ
R_2 = 1 kΩ
R_3 = 2 kΩ
R_4 = 1 kΩ
R_5 = 2 kΩ
R_6 = 2 kΩ
R_7 = 2 kΩ
R_8 = 1 kΩ

Megoldás:

Megjegyzés: A mintafeladat megoldásakor, a reciprok értékek összegére utaló műveleti jel: „X".
Betűzzük meg a csomópontokat!
Egyszerűsítsük a kapcsolást, az azonnal látható és számítható soros és párhuzamos részeket vonjuk össze:

- Az R_5 és R_6 ellenállások párhuzamosan kapcsolódnak, velük sorosan kapcsolódik az R_8 ellenállás. Eredőjük $R_5 \times R_6 + R_8 = R_A$
- Az R_A és R_7 ellenállások párhuzamos kötéssel sorosan kapcsolódnak az R_4 ellenállással. Eredőjük $R_A \times R_7 + R_4 = R_B$
- Az R_B értékű ellenállás az R_3-mal párhuzamosan, eredőjük sorosan az R_2-vel kapcsolódik össze. Eredőjük $R_B \times R_3 + R_2 = R_C$
- Az áramkör teljes ellenállását az R_C és R_1 párhuzamos értéke adja $R_C \times R_1 = R_e$

Rajzoljuk le az egyes lépéseket



Számítsuk ki az áramkör (eredő) ellenállását a fentiek alapján!

$$R_A = R_5 \times R_6 + R_8 = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} + R_8 = \frac{2 \cdot 10^3\ \Omega \cdot 2 \cdot 10^3\ \Omega}{4 \cdot 10^3\ \Omega} + 10^3\ \Omega$$

Azonos értékű, párhuzamosan kötött ellenállások eredője: $\frac{R}{n}$, az azonos értékű sorosan kötött ellenállásoké n·R alapján számítható, tehát

$$R_A = 10^3\ \Omega + 10^3\ \Omega = 2 \cdot 10^3\ \Omega$$

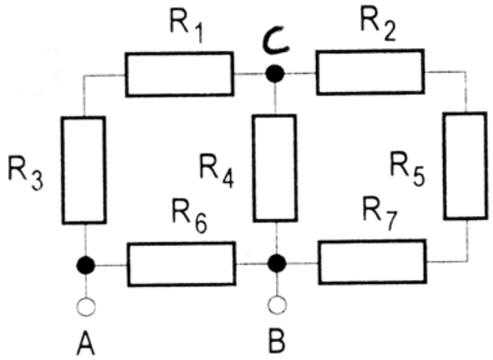
$$R_B = R_A \times R_7 + R_4 = \frac{R_A \cdot R_7}{R_A + R_7} + R_4 = \frac{2 \cdot 10^3\ \Omega \cdot 2 \cdot 10^3\ \Omega}{4 \cdot 10^3\ \Omega} + 10^3\ \Omega = 2 \cdot 10^3\ \Omega$$

$$R_C = R_B \times R_3 + R_2 = \frac{R_B \cdot R_3}{R_B + R_3} + R_2 = \frac{2 \cdot 10^3\ \Omega \cdot 2 \cdot 10^3\ \Omega}{4 \cdot 10^3\ \Omega} + 10^3\ \Omega = 2 \cdot 10^3\ \Omega$$

$$R_e = R_C \times R_1 = \frac{2\cdot10^3 \cdot 2\cdot10^3}{4\cdot10^3} = 1\,k\Omega$$

Az áramkör eredő ellenállása: R_e = 1 kΩ

9.) Számítsd ki az alábbi hálózat A és B kapcsok közötti eredő ellenállását! Ahol az értéket nem tüntettük fel, ott az ellenállások értéke annyi kΩ, amennyi az indexük!



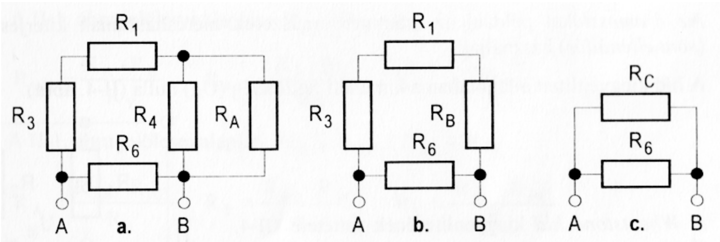
Megoldás:

A vegyes kapcsolásokat a sorosan és párhuzamosan kapcsolt elemek összevonásával, belülről kifelé haladva egyszerűsíthetjük, így eljutunk az eredő ellenálláshoz. Az ábrán látható, hogy az R_2, R_5 és R_7 ellenállások sorosan kapcsolódnak, így meghatározhatjuk az eredőjüket:

$$R_A = R_2 + R_5 + R_7 = 2 + 5 + 7 = 14\,k\Omega$$

Ezzel a kapcsolás egyszerűbbé vált, amelyet az alábbi ábra mutat. Most már jól látható, hogy az imént kiszámított R_A ellenállás párhuzamosan kapcsolódik R_4-gyel, ezért ezeket is össze tudjuk vonni:

$$R_B = R_A \times R_4 = \frac{R_A \cdot R_4}{R_A + R_4} = \frac{14\cdot4}{14+4} = 3{,}11\,k\Omega$$



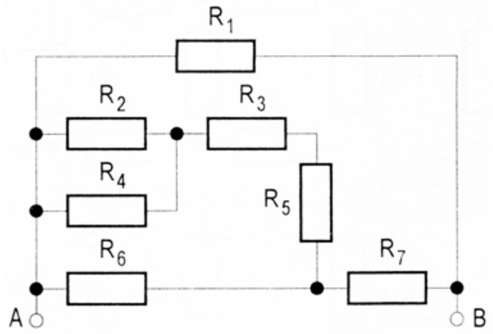
A b ábra szerint az R_B ellenállás sorosan kapcsolódik az R_1 és R_3 ellenállásokkal:

$$R_C = R_B + R_1 + R_3 = 3{,}11 + 1 + 3 = 7{,}11\,k\Omega$$

Már csak az R_C és R_6 ellenállásokat kell összevonnunk, és megkapjuk az eredő ellenállást (c ábra):

$$R = R_C \times R_6 = \frac{R_C \cdot R_6}{R_C + R_6} = \frac{7{,}11\cdot6}{7{,}11+6} = \underline{\underline{3{,}25\,k\Omega}}$$

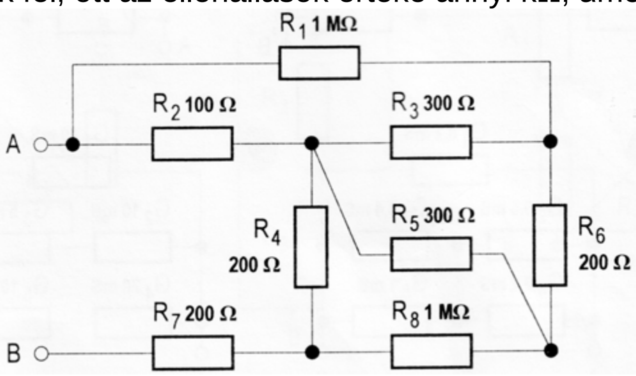
10.) Számítsd ki az alábbi hálózat A és B kapcsok közötti eredő ellenállását! Ahol az értéket nem tüntettük fel, ott az ellenállások értéke annyi kΩ, amennyi az indexük!



Megoldás:

$$R = ((((R_2 \times R_4) + R_3 + R_5) \times R_6) + R_7) \times R_1$$
$$R = ((((2 \times 4) + 3 + 5) \times 6) + 7) \times 1 \cong \underline{\underline{0{,}91\, k\Omega}}$$

11.) Számítsd ki az alábbi hálózat A és B kapcsok közötti eredő ellenállását! Ahol az értéket nem tüntettük fel, ott az ellenállások értéke annyi kΩ, amennyi az indexük!



Megoldás:

$$R_1 = R_8 \cong \infty$$
$$R \cong R_2 + R_4 + R_7 = 100 + 200 + 200 = \underline{\underline{500\,\Omega}}$$

12.) Határozzuk meg annak a feszültségosztónak a kimeneti feszültségét, amelyben R_1 = 400 kΩ, R_2 = 600 kΩ és U_{be} = 12 V!

Megoldás:

$$U_{ki} = U_{be} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 12 \cdot \frac{600}{400 + 600} = 12 \cdot \frac{6}{10} = 7{,}2\text{ V}.$$

Mekkora feszültséget mérhetünk a feszültségosztó kimenetén 200 kΩ belső ellenállású módszerrel?

Megoldás:
A műszer az osztót 200 kΩ-mal terheli, ezért R_2 helyett az új ellenállás:

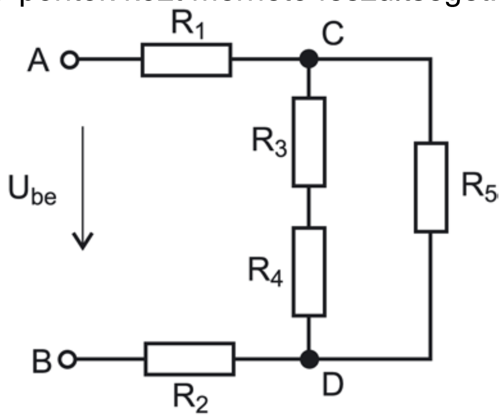
$$\frac{R_2 \cdot R_t}{R_2 + R_t} = \frac{600 \cdot 200}{600 + 200} = 150\, k\Omega$$, és

$$U_{ki} = 12 \cdot \frac{150}{400+150} = 3{,}27\,V\ .$$

Ennyit mutat a műszer is, több mint 50%-kal kevesebbet a valódi értéknél.

Tanulságként jegyezzük meg, hogy egy áramkör valamely elemén a méréssel megállapított feszültség csak akkor közelíti a valódi értéket (az eltérés 10%-nál kisebb), ha az ellenállásnál a műszer bemeneti (belső) ellenállása legalább 10-szer nagyobb! Az elektronikus mérésekhez ezért kis terhelő hatású (nagy bemeneti ellenállású) feszültségmérő szükséges.

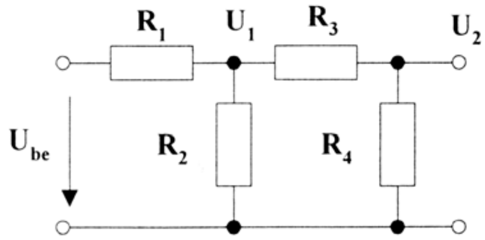
13.) Határozza meg a CD pontok közt mérhető feszültséget!



Megoldás:

$$U_{CD} = U_{be} \cdot \frac{(R_3 + R_4) \times R_5}{R_1 + (R_3 + R_4) \times R_5 + R_2}$$

14.) Számítsuk ki az ábrán látható kettős feszültségosztó U_1 és U_2 jelzésű pontjain a kimeneti feszültséget!



Adatok:

U_{be} = 3 V

R_1 = 500 Ω

R_2 = 100 Ω

R_3 = 80 Ω

R_4 = 20 Ω

Megoldás:

Írjuk fel a kimeneti pontokra az összefüggéseket!

$$U_1 = U_{be} \frac{R_2 \times (R_3 + R_4)}{R_1 + [R_2 \times (R_3 + R_4)]}$$

Az R_3 és R_4 ellenállások az U_1 feszültség leosztásával hozzák létre az U_2 feszültséget:

$$U_2 = U_1 \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

Számítsuk ki az ellenállások eredőjét!

$$R_A = R_3 + R_4$$

$$R_B = R_2 \times R_A$$

$$R_e = R_1 + R_B$$

Az adatokkal történő számítást kezdjük az ellenállások eredőjének a meghatározásával!

$$R_A = R_3 + R_4 = 80\,\Omega + 20\,\Omega = 100\,\Omega$$

$$R_B = R_2 \times R_A = 100\,\Omega \times 100\,\Omega$$

Mivel azonos értékű ellenállások kapcsolódnak párhuzamosan, az eredőjük:

$$R_B = \frac{R}{2} = \frac{100\,\Omega}{2} = 50\,\Omega$$

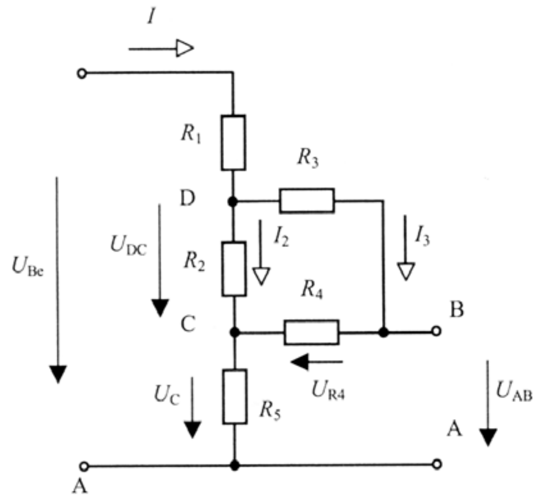
$$R_e = R_1 + R_B = 500\,\Omega + 50\,\Omega = 550\,\Omega$$

Helyettesítsük be a feszültségosztók felírt összefüggéseibe az adatokat!

$$U_1 = U_{be} \frac{R_B}{R_1 + R_B} = 3V \frac{50\,\Omega}{500\,\Omega + 50\,\Omega} = \frac{150}{550} V = 0{,}27\,V$$

$$U_2 = U_1 \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 0{,}27\,V \frac{20\,\Omega}{80\,\Omega + 20\,\Omega} = \frac{5{,}4}{100} V = 0{,}054\,V = 54\,mV$$

15.) Határozzuk meg az áramkörben az U_{AB} feszültséget a feszültségosztás törvényének ismételt alkalmazásával!



Adatok:
U_{be} = 12 V
R_1 = 2 Ω
R_2 = 12 Ω
R_3 = 4 Ω
R_4 = 8 Ω
R_5 = 4 Ω

Megoldás:

Válasszuk nulla potenciálú pontnak az A pontot! Számítsuk ki a D és C pontok potenciálját a feszültségosztás törvényével:

$$U_D = U_{be} \cdot \frac{R_5 + R_2 \times (R_3 + R_4)}{R_1 + R_5 + R_2 \times (R_3 + R_4)} = 12 \cdot \frac{4 + 12 \times (4+8)}{2 + 4 + 12 \times (4+8)} = 10\,V\ ,$$

$$U_C = U_{be} \cdot \frac{R_5}{R_1 + R_5 + R_2 \times (R_3 + R_4)} = 12 \cdot \frac{4}{2 + 4 + 12 \times (4+8)} = 4\,V\ ,$$

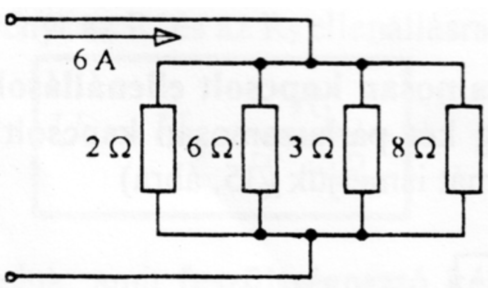
$$U_{DC} = U_D - U_C = 10 - 4 = 6\,V\ .$$

A feszültségosztás törvényének ismételt alkalmazásával az U_{DC} feszültségből U_{BC} kiszámítható:

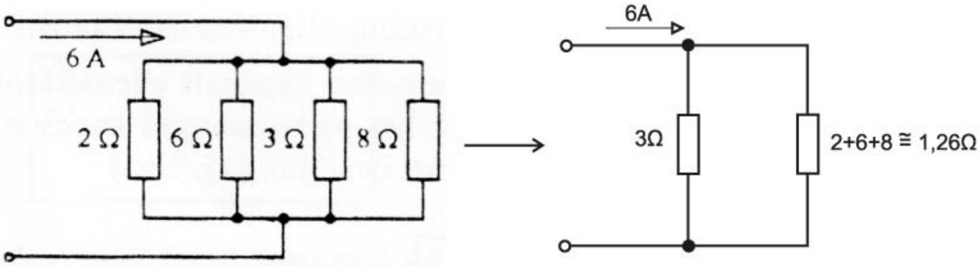
$$U_{BC} = U_{DC} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 6 \cdot \frac{8}{4+8} = 4\,V$$

Az ábrán látható, hogy: $U_{AB} = U_C + U_{BC} = 4 + 4 = 8\,V$

16.) Mekkora áram folyik a 3Ω-os ellenálláson?

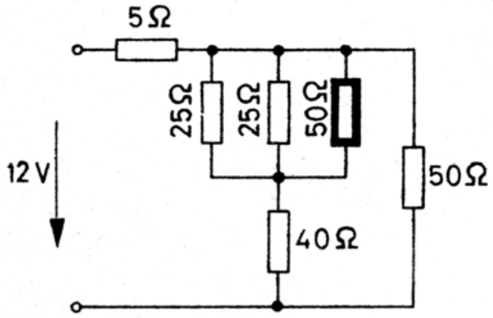


Megoldás:



$$I_{3\Omega} = 6\,A \frac{1{,}26}{1{,}26 + 3} \cong 1{,}78\,A$$

17.) Mekkora áram folyik az a ábra 50 Ω-os ellenálláson?



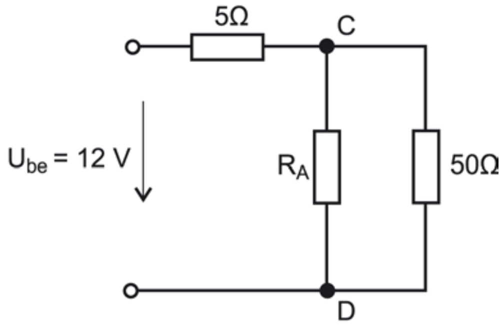
a,

Megoldás:

Először kiszámítjuk a főág ($I_{5\Omega}$) áramát Ohm törvénnyel:

$$I_{5\Omega} = \frac{U_{be}}{R_e} = \frac{12\,V}{(25\,\Omega \times 25\,\Omega \times 50\,\Omega + 40\,\Omega) \times 50\,\Omega + 5\,\Omega} = 0{,}4\,A$$

Ezután leegyszerűsítjük a hálózatot a megfelelő ellenállások összevonásával (b ábra):



b,

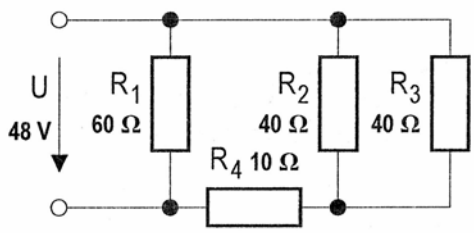
$$R_A = 25\,\Omega \times 25\,\Omega \times 50\,\Omega + 40\,\Omega = 50\,\Omega$$

$$I_{RA} = 0{,}4\,A \frac{50\,\Omega}{50\,\Omega + 50\,\Omega} = 0{,}2\,A$$

Ez az áram folyik a CD ágban.
Végül mégegy áramosztással:

$$I_{50} = 0{,}2\,A \cdot \frac{25\,\Omega \times 25\,\Omega}{25\,\Omega \times 25\,\Omega + 50\,\Omega} = 0{,}04\,A$$

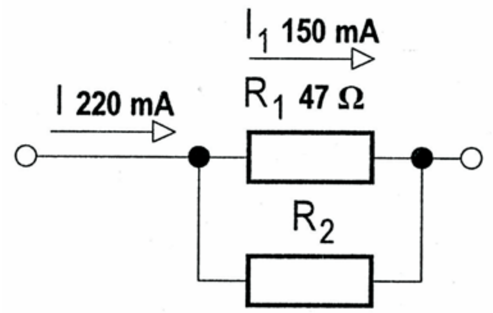
18.) Határozd meg az R_3 ellenálláson eső feszültség értékét!



Megoldás:

$$U_3 = U \cdot \frac{R_2 \times R_3}{R_4 + (R_2 \times R_3)} = 48 \cdot \frac{40 \times 40}{10 + (40 \times 40)} = \underline{\underline{32\,V}}$$

19.) Mekkora áram folyik az ábrán látható R_2 ellenálláson? Mekkora az R_2 ellenállás értéke?

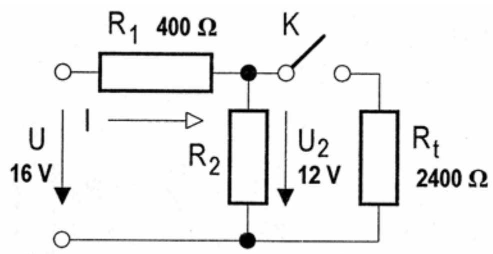


Megoldás:

$$I - I_1 - I_2 = 0 \quad \rightarrow I_2 = I - I_1 = 220 - 150 = \underline{\underline{70\ mA}}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{I_1}{I_2} \rightarrow R_2 = R_1 \cdot \frac{I_1}{I_2} = 47 \cdot \frac{150}{70} = \underline{\underline{100{,}71\,\Omega}}$$

20.) Számítsd ki az R_2 ellenállás és az I áram értékét a K kapcsoló nyitott állásában! Határozd meg az R_t ellenálláson eső feszültséget a K kapcsoló zárt állásában!



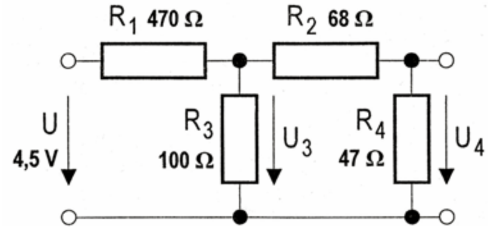
Megoldás:

$$I = \frac{U - U_2}{R_1} = \frac{16 - 12}{0{,}4} = 10\ mA$$

$$R_2 = \frac{U_2}{I} = \frac{12}{10} = \underline{\underline{1{,}2\ k\Omega}}$$

$$U_t = U \cdot \frac{R_2 \times R_t}{R_1 + (R_2 \times R_t)} = 16 \cdot \frac{1{,}2 \times 2{,}4}{0{,}4 + (1{,}2 \times 2{,}4)} = \underline{\underline{10{,}67\,V}}$$

21.) Határozd meg az ábrán látható kettős feszültségosztó U_3 és U_4 feszültségét!



Megoldás:

$$R_{234} = (R_2 + R_4) \times R_3 = (68 + 47) \times 100 \cong 53{,}49\,\Omega$$

$$U_3 = U \cdot \frac{R_{234}}{R_1 + R_{234}} = 4{,}5 \cdot \frac{53{,}49}{470 + 53{,}49} \cong \underline{\underline{0{,}46\,V}}$$

$$U_4 = U_3 \cdot \frac{R_4}{R_2 + R_4} = 0{,}46 \cdot \frac{47}{68 + 47} \cong \underline{\underline{0{,}19\,V}}$$

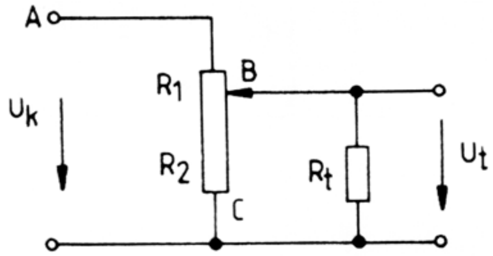
22.) Feszültségosztó kapcsolással állítunk elő kívánt értékű feszültséget ohmos fogyasztó számára.

Adatok:

A fogyasztó ellenállása	R_t = 120 Ω
A fogyasztó teljesítményfelvétele	P_t = 30 W
A tápegység kapocsfeszültsége	U_k = 240 V

Feladatok:

a) Határozd meg a fogyasztó üzemeltetéséhez szükséges feszültség értékét!
b) Számítsd ki az osztót képező ellenállások arányát (R_1/R_2 = ?) terheletlen állapotban! A kimeneti feszültség megegyezik az előzőleg meghatározott U_t feszültséggel.
c) Mekkora feszültség jut a fogyasztóra, ha a feszültségosztó R_2 értéke megegyezik a fogyasztó ellenállásával? (Az osztót képező ellenállások aránya azonos az előző kérdésben meghatározott aránnyal.)
d) Számítsd ki a terhelt osztó áramfelvételét, ha $R_2 = R_t$ és $R_1 = 3 \cdot R_2$



Megoldás:

a) $P = \dfrac{U_t^2}{R_t}$ $\quad U_t = \sqrt{P \cdot R_t} = 60\,V$

b) $U_{ki} = U_K \cdot \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \rightarrow \dfrac{U_{ki}}{U_K} = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{1}{4} \quad R_1 = 3R_2\,!$

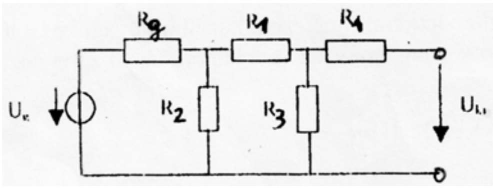
c) $R_2 = 120\ \Omega$
$R_1 = 360\ \Omega$

$$U_t = U_K \cdot \frac{R_2 \times R_t}{R_2 \times R_t + R_1} = 240 \cdot \frac{60}{60+360} = 34{,}28\,V$$

d) $R_e = R_1 + R_2 \times R_t = 420\,\Omega$

$$I_g = \frac{U_K}{R_e} = \frac{240\,V}{420\,\Omega} = 0{,}57\ A$$

23.)



Az R_1 ellenálláson átfolyó áram I_l = 0,05 A

R_1 = 200 Ω
R_2 = 500 Ω
R_3 = 800 Ω
R_4 = 100 Ω
R_g = 200 Ω

Számítsd ki az U_g, I_g és U_{ki} értékét!

Megoldás:

$$I_g = I_1 + I_2 = 0{,}15\ A$$

$$U_g = U_{Rg} + U_2 = 30\,V + 50\,V = 80\,V$$

$$U_{ki} = U_3 = 40\,V$$

24.) Egy R_m = 500 Ω belső ellenállású árammérő műszer méréshatárát 10-, 100- és 1000-szeresére kell növelni. Milyen értékű sönt ellenállásokkal oldható meg a feladat?

Megoldás:

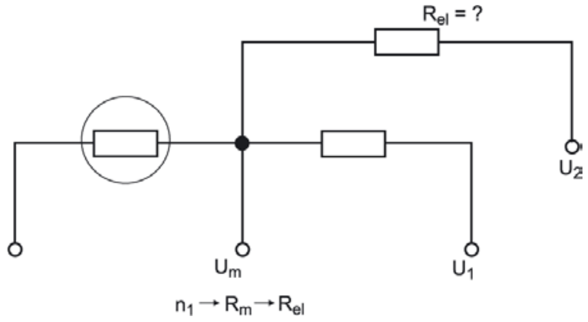
$$R_{s1} = \frac{R_m}{n_{i1} - 1} = \frac{500}{10-1} \cong \underline{\underline{55{,}56\,\Omega}}$$

$$R_{s2} = \frac{R_m}{n_{i2} - 1} = \frac{500}{100-1} \cong \underline{\underline{5{,}05\,\Omega}}$$

$$R_{s3} = \frac{R_m}{n_{i3} - 1} = \frac{500}{1000-1} \cong \underline{\underline{0{,}5\,\Omega}}$$

25.) Egy alapműszer 100 mV feszültség hatására kerül végkitérésbe. A méréshatárt 500 mV-ra akarjuk kiterjeszteni. A műszer belső ellenállását nem ismerjük, de azt tudjuk, hogy a 250 mV méréshatárhoz 15 kΩ előtét ellenállás tartozik. Mekkora előtét ellenállást kell használnunk az 500 mV-os méréshatárhoz?

Megoldás:



$$n_{u1} = \frac{U_1}{U_m} = \frac{250}{100} = 2{,}5$$

$$R_{e1} = (n_{u1} - 1) \cdot R_m \rightarrow R_m = \frac{R_{e1}}{n_{u1} - 1} = \frac{15}{2{,}5 - 1} = 10\ k\Omega$$

$$n_{u2} = \frac{U_2}{U_m} = \frac{500}{100} = 5$$

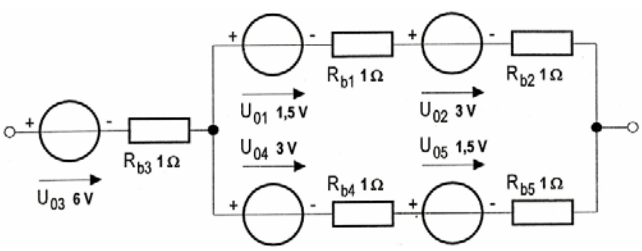
$$R_{e2} = (n_{u2} - 1) \cdot R_m = (5 - 1) \cdot 10 = \underline{\underline{40\ k\Omega}}$$

26.) Határozd meg U_0 = 1 V méréshatárú műszerhez szükséges előtétellenállás értékét, hogy az új méréshatár U = 15 V legyen! U_0 = 1 V esetén a műszer I_0 = 1 mA áramot vesz fel.

Megoldás:

$$R_e = \frac{U - U_0}{I_0} = \frac{15V - 1V}{1\,mA} = \underline{\underline{14\ k\Omega}}$$

27.) Mekkora az ábrán látható generátor-kapcsolás üresjárási feszültsége és rövidzárási árama? Mekkora áram folyik egy 100 Ω-os terhelésen?



Megoldás:

A felső ágban látható 1 és 2 index-szel jelölt generátorok sorba kapcsolódnak, ezért forrásfeszültségeik összeadódnak:

$$U_{012} = U_{01} + U_{02} = 1{,}5 + 3 = 4{,}5\,V$$

A sorba kapcsolt generátorok belső ellenállásai is összeadódnak:

$$R_{b12} = R_{b1} + R_{b2} = 1 + 1 = 2\,\Omega$$

Az alsó ágban látható 4 és 5 indexű generátorok is sorba vannak kapcsolva, tehát eredő feszültségük és eredő belső ellenállásuk az előzőekkel megegyezően számolható:

$$U_{045} = U_{04} + U_{05} = 3 + 1{,}5 = 4{,}5\,V$$

$$R_{b45} = R_{b4} + R_{b5} = 1 + 1 = 2\,\Omega$$

Csak azonos feszültségű generátorokat szabad párhuzamosan kapcsolni, különben a nagyobb feszültségű generátort a kisebb állandóan terhelné. Feladatunkban a felső és alsó ág generátorainak eredő feszültsége áganként azonos, így eredő feszültségük az egyes ágak feszültségével egyezik meg:

$$U_{01245} = U_{012} = U_{045} = 4{,}5\,V$$

A belső ellenállások is párhuzamosan kapcsolódnak:

$$R_{b1245} = R_{b12} \times R_{b45} = 2 \times 2 = 1\,\Omega$$

A 3 indexű generátor sorba kapcsolódik az 1, 2, 4, és 5 jelű generátorok eredőjével, tehát az ábrán látható kapcsolást helyettesítő generátor jellemzői:

$$U_0 = U_{03} + U_{01245} = 6 + 4{,}5 = 10{,}5\,V$$

$$R_b = R_{b3} + R_{b1245} = 1 + 1 = 2\,\Omega$$

Egy feszültséggenerátor üresjárási feszültsége megegyezik a forrásfeszültségével (a. ábra):

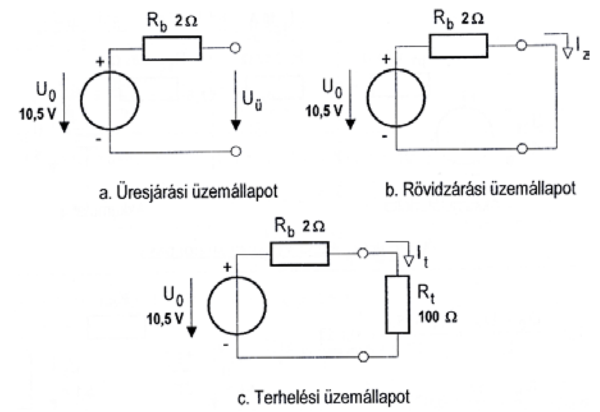
$$U_{ü} = U_0 = \underline{\underline{10{,}5\,V}}$$

A feszültséggenerátor rövidzárási árama a forrásfeszültség és a belső ellenállás hányadosa (b. ábra):

$$I_Z = \frac{U_0}{R_b} = \frac{10{,}5}{2} = \underline{\underline{5{,}25\,A}}$$

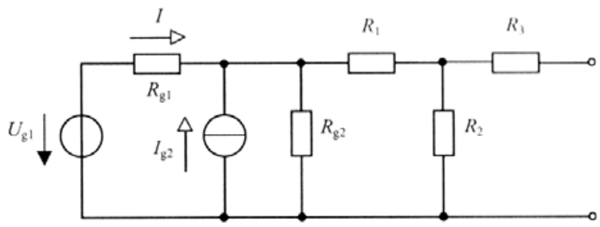
100 Ω-os terhelés esetén a fogyasztó sorba kapcsolódik a generátor belső ellenállásával, így a terhelőáram (c. ábra):

$$I_t = \frac{U_0}{R_b + R_t} = \frac{10{,}5}{2 + 100} \cong \underline{\underline{0{,}1\,A}}$$



28.) Határozzuk meg az ábrán látható hálózat Thevenin- és Norton-helyettesítőképét!

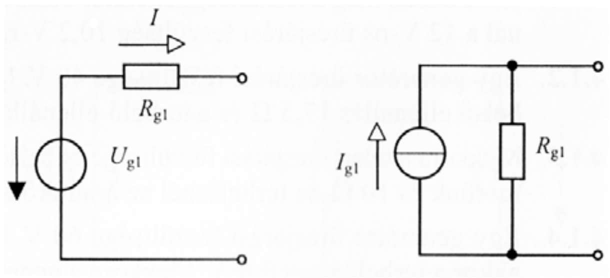
Adatok:
U_{g1} = 10 V
R_{g1} = 1 kΩ
I_{g2} = 10 mA
R_{g2} = 250 Ω
R_1 = R_3 = 1kΩ
R_2 = 2 kΩ



Megoldás:

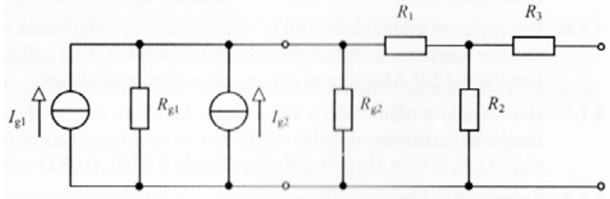
Határozzuk meg először az U_{g1} forrásfeszültségű és R_{g1} belső ellenállású feszültséggenerátor Norton-helyettesítőképét (b. ábra)!

$$I_{g1} = \frac{U_{g1}}{R_{g1}} = \frac{10\,V}{10^3\,\Omega} = 10\,mA.$$



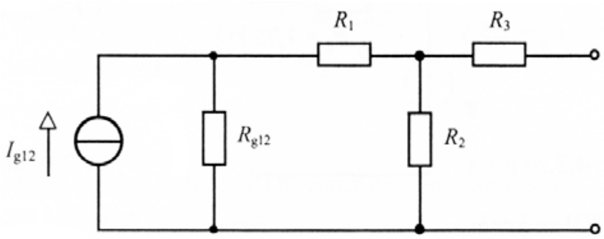
b. ábra

Az így kapott hálózat a c. ábrán látható.



c. ábra

Most vonjuk össze a két áramgenerátort, és a párhuzamos belső ellenállásokat! Az így létrejövő hálózat a d ábrán látható.

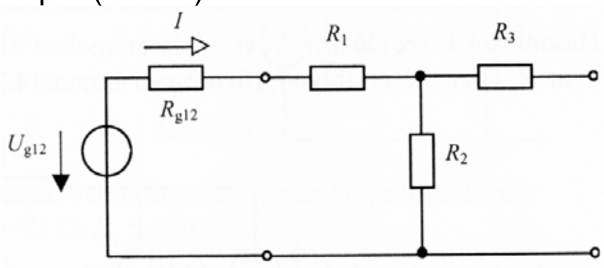


d. ábra

$$I_{g12} = I_{g1} + I_{g2} = 10\,mA + 10\,mA = 20\,mA,$$

$$R_{g12} = R_{g1} \times R_{g2} = \frac{R_{g1} \cdot R_{g2}}{R_{g1} + R_{g2}} = \frac{1000 \cdot 250}{1000 + 250} = 200\,\Omega$$

Ezek után határozzuk meg az R_{g12} belső ellenállású, I_{g12} forrásáramú áramgenerátor Thevenin-helyettesítőképét (e ábra)!



e. ábra

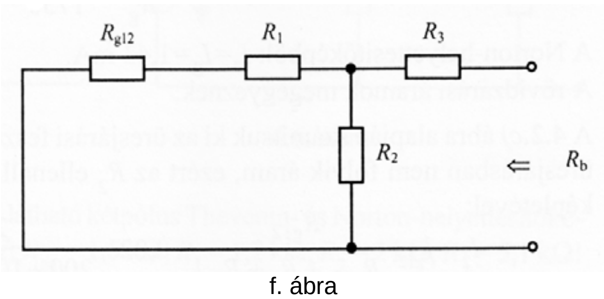
$$U_{g12} = I_{g12} \cdot R_{g12} = 20 \cdot 10^{-3}\ A \cdot 200\,\Omega = 4\,V$$

Határozzuk meg az így kapott kétpólus Thevenin-helyettesítőképét! Számítsuk ki először a hálózat üresjárási feszültségét a feszültségosztás törvényének felhasználásával! Ügyeljünk arra, hogy üresjárásban az R_3 ellenálláson nem folyik áram, tehát nincs rajta feszültségesés!

$$U_{ü} = U_{g12} \cdot \frac{R_2}{R_{g12} + R_1 + R_2} = 4\,V \cdot \frac{2000\,\Omega}{200\,\Omega + 1000\,\Omega + 2000\,\Omega} = 2{,}5\,V$$

Az eredő belső ellenállás meghatározásához az Ug1 ideális feszültséggenrátort rövidzárral helyettesítjük (f. ábra):

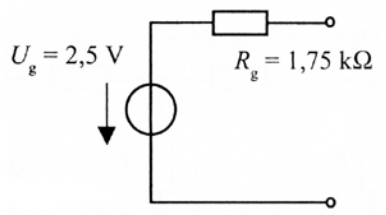
$$R_b = R_g = \left(R_{g12} + R_1\right) \times R_2 + R_3 = (200 + 1000) \times 2000 + 1000 = 1{,}75\,k\Omega$$



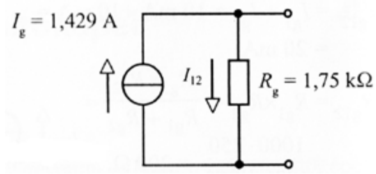
f. ábra

A kétpólusú hálózat Thevenin-helyettesítőképe a g ábrán látható. Ennek alapján határozzuk meg a Norton helyettesítőképet h ábra:

$$I_g = \frac{U_g}{R_g} = \frac{2{,}5\,V}{1750\,\Omega} = 1{,}429\,mA$$

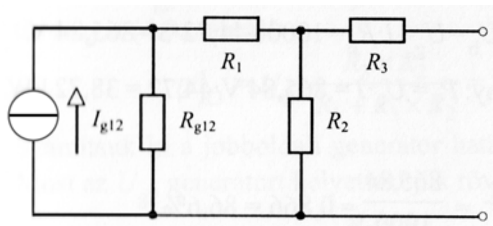


g. ábra



h. ábra

29.) Határozzuk meg az ábrán látható kétpólus Thevenin- és Norton-helyettesítőképének elemeit, ha I_{g12} = 20 mA; R_{g12} = 1,5 kΩ; R_1 = 2,2 kΩ; R_2 = 3,3 kΩ; R_3 = 4,7 kΩ!



Megoldás:

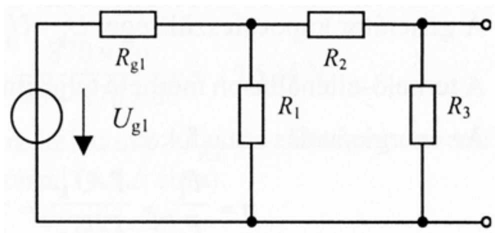
$U_ü$ = 14,14 V;
R_b = 6,44 Ω;
I_g = 2,19 mA, mivel

$$U_ü = I_2 \cdot R_2 = I_{g12} \cdot \frac{R_{g12}}{R_{g12} + R_1 + R_2} \cdot R_2 = 0{,}02 \cdot \frac{1500}{1500 + 2200 + 3300} \cdot 3300 = 14{,}14\,V;$$

$$R_b = \left(R_{g12} + R_1\right) \times R_2 + R_3 = \left(1{,}5 + 2{,}2\right) \times 3{,}3 + 4{,}7 = 6{,}44\,k\Omega;$$

$$I_g = \frac{U_g}{R_b} = \frac{U_ü}{R_b} = \frac{14{,}14}{6{,}44 \cdot 10^3} = 2{,}19\,mA$$

30.) Határozzuk meg az ábrán látható kétpólus Thevenin- és Norton-helyettesítőképnek elemeit, ha U_{g1} = 50 V; R_{g1} = 1,5 kΩ ; R_1 = 1,2 kΩ; R_2 = 2 kΩ; R_3 = 5,1 kΩ!



Megoldás:

$U_ü$ = 14,6 V;
R_b = 1,75 kΩ;
I_g = 8,3 mA, mivel

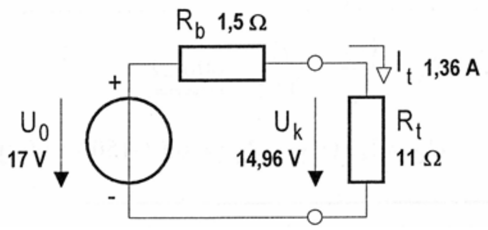
$$U_ü = U_g = U_{g1} \cdot \frac{R_1 \times (R_2 + R_3)}{R_{g1} + R_1 \times (R_2 + R_3)} \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 50 \cdot \frac{1,2 \times (2 + 5,1)}{1,5 + 1,2 \times (2 + 5,1)} \cdot \frac{5,1}{2 + 5,1} = 14,6\,V;$$

$$R_b = [(R_{g1} \times R_1) + R_2] \times R_3 = [(1,5 \times 1,2) + 2] + 5,1 = 1,75\,k\Omega;$$

$$I_g = \frac{U_ü}{R_b} = \frac{14,6}{1750} = 8,3\,mA.$$

31.) Egy 17 V forrásfeszültségű, 1,5 Ω belső ellenállású feszültséggenerátort 11Ω ellenállású terheléssel zárunk le. Számítsd ki a generátor kapocsfeszültségét és a terhelésen átfolyó áramot! Rajzold le a kapcsolást a megadott és a kiszámított értékek feltüntetésével!

Megoldás:

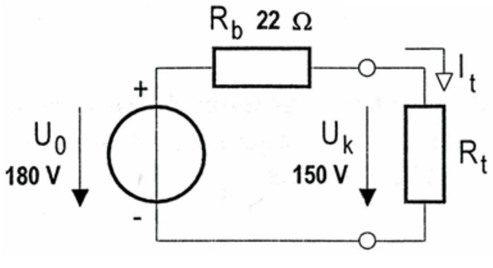


$$U_k = U_0 \cdot \frac{R_t}{R_b + R_t}$$

$$U_k = 17 \cdot \frac{11}{1,5 + 11} = \underline{\underline{14,96\,V}}$$

$$I_t = \frac{U_0}{R_b + R_t} = \frac{17}{1,5 + 11} = \underline{\underline{1,36\,A}}$$

32.) Számítsd ki az ábrán látható áramkörben a terhelő ellenállás és a terhelő áram értékét!



Megoldás:

$$I_t = \frac{U_0 - U_k}{R_b} = \frac{180 - 150}{22} \cong \underline{\underline{1,36\,A}}$$

$$U_k = U_0 \cdot \frac{R_t}{R_b + R_t} \rightarrow R_t = R_b \cdot \frac{U_k}{U_0 - U_k} = 22 \cdot \frac{150}{180 - 150} = \underline{\underline{110\,\Omega}}$$

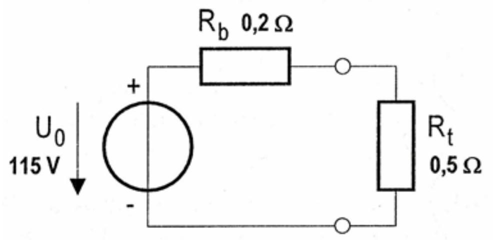
33.) Egy generátor terhelhetősége 150 A. Megengedhető-e a teljesítményillesztés, ha a generátor üresjárási feszültsége 100 V és a belső ellenállása 0,25 Ω?

Megoldás:

$$I_{till} = \frac{U_0}{2 \cdot R_b} = \frac{100}{2 \cdot 0,25} = 200\ A > 150\ \text{A}$$

Mivel illesztés esetén nagyobb áram folyik, mint a megengedett maximális áram, ezért a generátort nem szabad illesztve lezárni.

34.) Számítsd ki az ábrán látható áramkörben az összes teljesítmény, a hasznos teljesítmény, a veszteségi teljesítmény és a hatásfok értékét! Mekkora teljesítmény vehető ki a generátorból illesztés esetén? Mekkora a kapocsfeszültség és a terhelésen folyó áram illesztésnél? Mekkora a generátor rövidzárási árama?



Megoldás:

$$I_t = \frac{U_0}{R_b + R_t} = \frac{115}{0,2 + 0,5} \cong 164,29\ A$$

$$P_{be} = U_0 \cdot I_t = 115 \cdot 164,29 = 18893,35\,W \cong \underline{\underline{18,9\ kW}}$$

$$P_v = I_t^2 \cdot R_b = 164,29^2 \cdot 0,2 \cong 5398,24\,W \cong \underline{\underline{5,4\ kW}}$$

$$P_h = P_{be} - P_v = 18,9 - 5,4 = \underline{\underline{13,5\ kW}}$$

$$\eta = \frac{P_h}{P_{be}} = \frac{13,5}{18,9} \cong 0,7143 \rightarrow \underline{\underline{71,49\%}}$$

$$P_{h\max} = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_b} = \frac{115^2}{4 \cdot 0,2} = 16531,25\,W = \underline{\underline{16,53\ kW}}$$

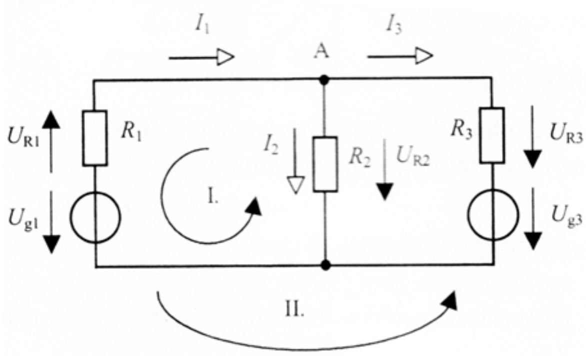
$$U_{kill} = \frac{U_0}{2} = \frac{115}{2} = \underline{\underline{57,5\,V}}$$

$$I_{till} = \frac{U_0}{2 \cdot R_b} = \frac{115}{2 \cdot 0,2} = \underline{\underline{287,5\ A}}$$

$$I_Z = \frac{U_0}{R_b} = \frac{115}{0,2} = \underline{\underline{575\ A}}$$

35.) Az ábrán két feszültséggenerátort tartalmazó összetett áramkör látható.

a) Határozzuk meg az I_1, I_2 és I_3 áramok nagyságát!
b) Számítsuk ki az ellenállásokon eső feszültségeket!



Adatok:

$U_{g1} = 10$ V
$U_{g3} = 3$ V
$R_1 = 100\ \Omega$
$R_2 = 200\ \Omega$
$R_3 = 300\ \Omega$

Megoldás:
a) Alkalmazzuk az I., majd a II. jelű hurokra a Kirchhoff huroktörvényét:

$$-I_1 \cdot R_1 + U_{g1} - I_2 \cdot R_2 = 0 = -100 \cdot I_1 + 10 - 200 \cdot I_2,$$

$$-I_1 \cdot R_1 + U_{g1} - U_{g3} - I_3 \cdot R_3 = 0 = -100 \cdot I_1 + 10 - 3 - 300 \cdot I_3.$$

Két egyenletünk és három ismeretlenünk van, ezért írjuk fel az A jelű csomópontra Kirchhoff csomóponti egyenletét: $I_1 = I_2 + I_3$.
Az első két egyenletben írjuk be I_1 helyébe a vele egyenlő $I_2 + I_3$ kifejezést:

$$-100 \cdot I_2 - 100 \cdot I_3 + 10 - 200 \cdot I_2 = -300 \cdot I_2 - 100 \cdot I_3 + 10 = 0,$$

$$-100 \cdot I_2 - 100 \cdot I_3 + 7 - 300 \cdot I_3 = -100 \cdot I_2 - 400 \cdot I_3 + 7 = 0.$$

Ha a második egyenlőséget megszorozzuk hárommal,

$$-300 \cdot I_2 - 100 \cdot I_3 + 10 = 0,$$

$$-300 \cdot I_2 - 1200 \cdot I_3 + 21 = 0,$$

És a második egyenlőségből kivonjuk az első egyenlőséget, akkor I_2 kiesik:

$-1100 \cdot I_3 + 11 = 0,$ ebből:

$$I_3 = \frac{11}{1100} = 0{,}01\,A = 10\,mA.$$

Az I_3 értékét az első egyenletbe behelyettesítve:

$$I_2 = \frac{10 - 100\,I_3}{300} = \frac{10 - 100 \cdot 0{,}01}{300} = 0{,}03\,A = 30\,mA.$$

I_1 a két áram összege:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 0{,}03 + 0{,}01 = 0{,}04\ A = 40\ mA.$$

b) Az áramok ismeretében az ellenállásokon eső feszültségek kiszámolhatók:

$U_{R1} = I_1 \cdot R_1 = 0{,}04\ A \cdot 100\ \Omega = 4\ V,$

$U_{R2} = I_2 \cdot R_2 = 0{,}03\ A \cdot 200\ \Omega = 6\ V,$

$U_{R3} = I_3 \cdot R_3 = 0{,}01\ A \cdot 300\ \Omega = 3\ V.$

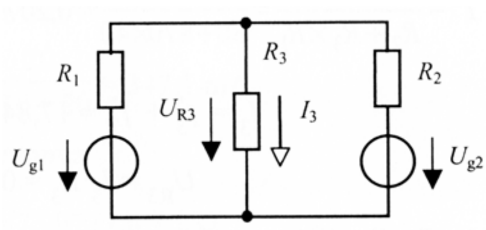
A három ág árama: I_1 = 400 mA; I_2 = 30 mA; I_3 = 10 mA.
Az ellenállásokon eső feszültségek: U_{R1} = 4V; U_{R2} = 6V; U_{R3} = 3V.
Figyeljük meg, hogy:

$U_{g1} - U_{R1} = U_{R2} = U_{g3} + U_{R3},$

$10\,V - 4\,V = 6\,V = 3\,V + 3\,V.$

Az U_{g3} generátor fogyasztóként szerepel az áramkörben, mivel a rajta átfolyó áram iránya és a generátorfeszültség iránya megegyezik.

36.) Határozzuk meg az ábra áramkörében az R3 = 870 Ω-os ellenálláson eső feszültséget a szuperpozíció tételének alkalmazásával!



Adatok:

R_1 = 40 Ω
R_2 = 80 Ω
R_3 = 870 Ω
U_{g1} = 24 V
U_{g2} = 24.5 V

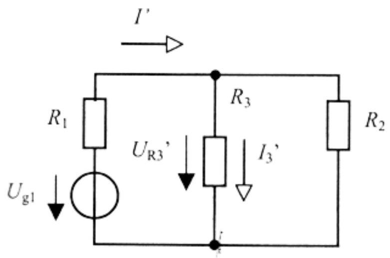
Megoldás:

1. megoldás
Számítsuk ki először a bal oldali generátor hatására keletkező U_{R3}' feszültség-összetevőt! AZ U_{g2} generátort rövidzárral helyettesítjük. Alkalmazzuk a feszültségosztás törvényét (a ábra)!

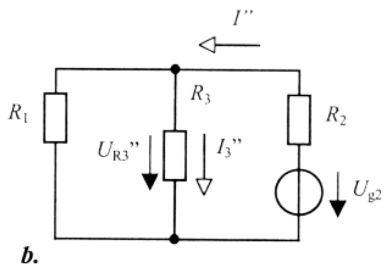
$$U'_{R3} = U_{g1} \cdot \frac{R_3 \times R_2}{R_1 + R_3 \times R_2} = 24 \cdot \frac{870 \times 80}{\times 80} = 15{,}524\,V.$$

Számítsuk ki a jobboldali generátor hatására keletkező U_{R3}” feszültségösszetevőt! Most az U_{g2} generátort helyettesítjük rövidzárral (b ábra):

$$U''_{R3} = U_{g2} \cdot \frac{R_3 \times R_1}{R_2 + R_3 \times R_1} = 24{,}5 \cdot \frac{870 \times 40}{80 + 870 \times 40} = 7{,}924\,V.$$



a.



b.

Az R_2 ellenálláson eső feszültség a két feszültségösszetevő összege:

$$U_{R3} = U_{R3}^{'} + U_{R3}^{''} = 15{,}524 + 7{,}924 = 23{,}45\,V.$$

2. megoldás

Számítsuk az egyes generátorok hatására az R_3 ellenálláson átfolyó áramösszetevőket, majd az áram ismeretében számítsuk ki a feszültséget!
A fenti ábra jelöléseivel:

$$I' = \frac{U_{g1}}{R_1 + R_3 \times R_2} = \frac{24}{40 + 870 \times 80} = 0{,}212\ A.$$

Alkalmazzuk az áramosztás törvényét: $I_3^{'} = I' \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 0{,}212 \cdot \frac{80}{80 + 870} = 17{,}84\ mA;$

$$I'' = \frac{U_{g2}}{R_2 + R_3 \times R_1} = \frac{24{,}5}{80 + 870 \times 40} = 0{,}207\ A;$$

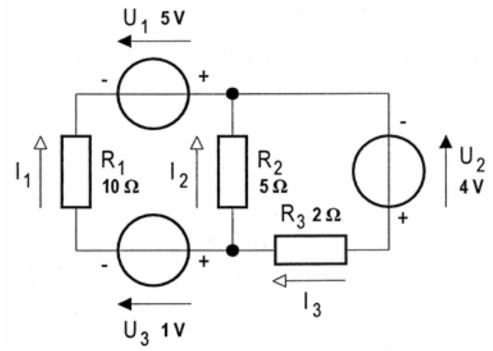
$$I_3^{''} = I'' \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_3} = 0{,}207 \cdot \frac{40}{40 + 870} = 9{,}1\ mA;$$

$$I_3 = I_3^{'} + I_3^{''} = 17{,}84\ mA + 9{,}1\ mA = 26{,}94\ mA;$$

$$U_{R3} = I_3 \cdot R_3 = 0{,}02694 \cdot 870 = 23{,}44\,V.$$

Az R_3 ellenálláson eső feszültség mindkét számításban 23,4 V-ra adódott.

37.) Számítsd ki az ábrán látható kapcsolás valamennyi ellenállásán átfolyó áramot!



Megoldás:

$$I_1^{'} = \frac{U_1}{R_1 + (R_2 \times R_3)} = \frac{5}{10 + (5 \times 2)} = 0{,}4375\ A$$

$$U_{R1}^{''} = U_2 \cdot \frac{R_1 \times R_2}{R_3 + (R_1 \times R_2)} = 4 \cdot \frac{10 \times 5}{2 + (10 \times 5)} = 2{,}5\,V$$

$$I_1^{''} = \frac{U_{R1}^{''}}{R_1} = \frac{2{,}5}{10} = 0{,}25\ A$$

$$I_1^{'''} = -\frac{U_3}{R_1 + (R_2 \times R_3)} = -\frac{1}{10 + (5 \times 2)} \cong -0{,}0875\ A$$

$\boxed{I_1 = I_1^{'} + I_1^{''} + I_1^{'''} = 0{,}4375 + 0{,}25 - 0{,}0875 = \underline{\underline{0{,}6\ A}}}$ Iránya megegyezik az ábrán vett iránnyal.

$$U_{R2}^{'} = U_1 \cdot \frac{R_2 \times R_3}{R_1 + (R_2 \times R_3)} = 5 \cdot \frac{5 \times 2}{10 + (5 \times 2)} = 0{,}625\,V$$

$$I_2^{'} = -\frac{U_{R2}^{'}}{R_2} = -\frac{0{,}625}{5} = -0{,}125\ A$$

$$U_{R2}^{''} = U_{R1}^{''} = 2{,}5\,V$$

$$I_2^{''} = \frac{U_{R2}^{''}}{R_2} = \frac{2{,}5}{5} = 0{,}5\ A$$

$$U_{R2}^{'''} = U_3 \cdot \frac{R_2 \times R_3}{R_1 + (R_2 \times R_3)} = 1 \cdot \frac{5 \times 2}{10 + (5 \times 2)} = 0{,}125\,V$$

$$I_2^{'''} = \frac{U_{R2}^{'''}}{R_2} = \frac{0{,}125}{5} = 0{,}025\ A$$

$\boxed{I_2 = I_2^{'} + I_2^{''} + I_2^{'''} = -0{,}125 + 0{,}5 + 0{,}025 = \underline{\underline{0{,}4\ A}}}$ Iránya megegyezik az ábrán feltüntetett iránnyal.

$$U_{R3}^{'} = U_{R2}^{'} = 0{,}625\,V$$

$$I_{R3}^{'} = \frac{U_{R3}^{'}}{R_3} = \frac{0{,}625}{2} = 0{,}3125\ A$$

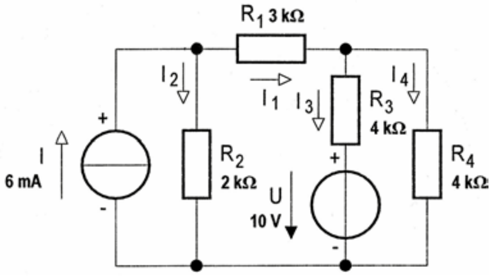
$$I_{R3}^{''} = \frac{U_3}{R_3 + (R_1 \times R_2)} = \frac{4}{2 + (10 \times 5)} = 0{,}75\ A$$

$$U_{R3}^{'''} = U_{R2}^{'''} = 0{,}125\,V$$

$$I_{R3}^{'''} = -\frac{U_{R3}^{'''}}{R_3} = -\frac{0{,}125}{2} = -0{,}0625\ A$$

$\boxed{I_3 = I_3^{'} + I_3^{''} + I_3^{'''} = 0{,}3125 + 0{,}75 - 0{,}0625 = \underline{\underline{1\ A}}}$ Iránya megegyezik az ábrán felvett iránnyal.

38.) Számítsd ki az ábrán látható kapcsolás valamennyi áramát tetszőleges hálózatszámítási módszerrel!



Megoldás:

Megoldás szuperpozíció tételével

$$I_2^{'} = I \cdot \frac{R_t + (R_3 \times R_4)}{R_2 + R_1 + (R_3 \times R_4)} = 6 \cdot \frac{3 + (4 \times 4)}{2 + 3 + (4 \times 4)} \cong 4{,}29\ mA$$

$$I_1^{'} = I - I_2^{'} = 6 - 4{,}29 = 1{,}71\ mA$$

$$I_3^{'} = I_1^{'} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} = 1{,}71 \cdot \frac{4}{4+4} = 0{,}855\ mA$$

$$I_4^{'} = I_3^{'} = 0{,}855\ mA$$

$$I_3^{''} = -\frac{U}{R_3 + (R_4 \times (R_1 + R_2))} = \frac{10}{4 + (4 \times (3+2))} \cong -1{,}61\ mA$$

$$I_4^{''} = I_3^{''} \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_4 + R_1 + R_2} = 1{,}61 \cdot \frac{3+2}{4+3+2} \cong 0{,}9\ mA$$

$$I_1^{''} = -(I_3^{''} - I_4^{''}) = -(1{,}61 - 0{,}9) = -0{,}71\ mA$$

$$I_2^{''} = -I_1^{''} = 0{,}71\ mA$$

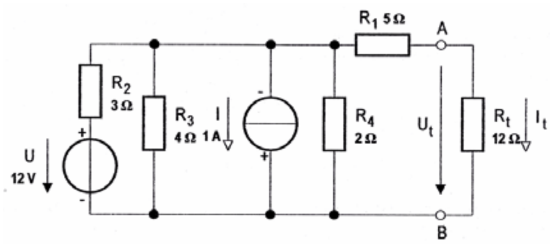
$I_1 = I_1^{'} + I_1^{''} = 1{,}71 - 0{,}71 = \underline{\underline{1\ mA}}$ Iránya megegyezik az ábrán felvett iránnyal.

$I_2 = I_2^{'} + I_2^{''} = 4{,}29 + 0{,}71 = \underline{\underline{5\ mA}}$ Iránya megegyezik az ábrán felvett iránnyal.

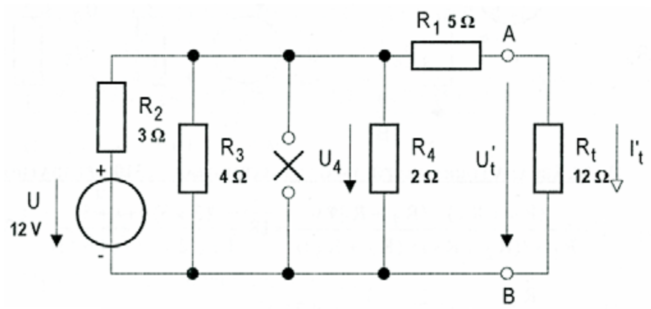
$I_3 = I_3^{'} + I_3^{''} = 0{,}855 - 1{,}61 = \underline{\underline{-0{,}755\ mA}}$ Iránya ellentétes az ábrán felvett iránnyal.

$I_4 = I_4^{'} + I_4^{''} = 0{,}855 + 0{,}9 = \underline{\underline{1{,}755\ mA}}$ Iránya megegyezik az ábrán felvett iránnyal.

39.) Számítsd ki az ábrán látható kapcsolás R_t terhelő ellenállásán eső feszültséget és a rajta átfolyó áramot!



Megoldás:
A szuperpozíció tétele szerint az áramkörben szereplő feszültséggenerátor és áramgenerátor hatását külön-külön kell figyelembe venni. Először azt vizsgáljuk meg, hogy a feszültséggenerátor hatására mekkora és milyen irányú feszültség esik (U'_t), valamint mekkora és milyen irányú áram folyik (I'_t) az R_t ellenálláson, miközben az áramgenerátort szakadással helyettesítjük (a ábra).



a,

Az ábrán az U irányának megfelelően vettük fel U’$_t$ és I’$_t$ irányát. Az U’$_t$ feszültség kiszámításához először az U_4 feszültséget határozzuk meg feszültségosztással:

$$U_4 = U \cdot \frac{R_3 \times R_4 \times (R_1 + R_t)}{R_2 + (R_3 \times R_4 \times (R_1 + R_t))} = 12 \cdot \frac{4 \times 2 \times (5+12)}{3 + (4 \times 2 \times (5+12))} \cong 3{,}5\,V$$

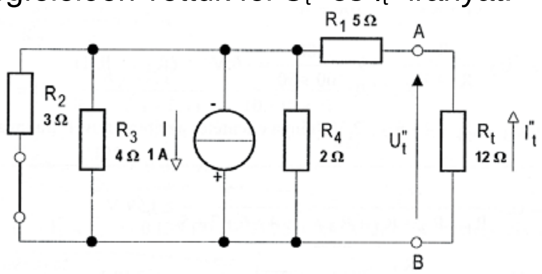
Egy ismételt feszültségosztással megkapjuk az U’t feszültséget. Mivel U’t iránya megegyezik az eredeti ábrán felvett feszültségaránnyal, ezért ezt a feszültség pozitív előjellel vesszük figyelembe:

$$U_t^{'} = U_4 \cdot \frac{R_t}{R_1 + R_t} = 3{,}5 \cdot \frac{12}{5+12} \cong 2{,}47\,V$$

Ennek a feszültségnek hatására a terhelő ellenálláson folyó áram:

$$I_t^{'} = \frac{U_t^{'}}{R_t} = \frac{2{,}47}{12} \cong 0{,}206\,A = 206\,mA$$

Most megvizsgáljuk, hogy az áramgenerátor hatására mekkora feszültség esik az Rt ellenálláson, miközben a feszültséggenerátort rövidzárral helyettesítjük (b. ábra). Az ábrán az I irányának megfelelően vettük fel U$_t$” és I$_t$” irányát.



b,

Az I$_t$” áramot áramosztó képlettel számítjuk ki. Mivel I$_t$” iránya ellentétes az eredeti ábrán felvett áramiránnyal, ezért ezt az áramot negatív előjellel vesszük figyelembe:

$$I_t^{''} = -I \cdot \frac{R_2 \times R_3 \times R_4}{R_1 + R_t + (R_2 \times R_3 \times R_4)} = -1 \cdot \frac{3 \times 4 \times 2}{5 + 12 + (3 \times 4 \times 2)} = -0{,}0515\,A = -51{,}5\,mA$$

Ennek az áramnak hatására a terhelő ellenálláson eső feszültség:

$$U_t^{''} = I_t^{''} \cdot R_t = -51{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 12 \cong -0{,}62\,V$$

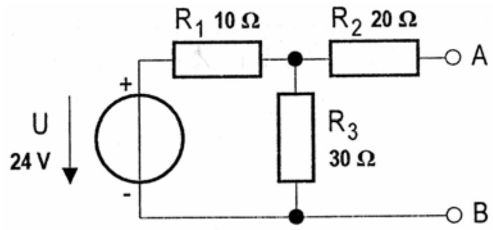
A szuperpozíció tétele szerint a generátorok hatásait előjelhelyesen összegezni kell:

$$U_t = U_t^{'} + U_t^{''} = 2{,}47 - 0{,}62 = \underline{\underline{1{,}85\,V}}$$

$$I_t = I_t^{'} + I_t^{''} = 206 - 51{,}5 = \underline{\underline{154{,}5\,mA}}$$

A feszültség és az áram pozitív előjele azt mutatja, hogy az irányuk megegyezik a kezdetben feltételezett iránnyal.

40.) Határozd meg az ábrán látható T tag Thevenin és Norton helyettesítő képeit!



Megoldás:

$$R_b = R_2 + (R_1 \times R_3) = 20 + (10 \times 30) = \underline{\underline{27,5\,\Omega}}$$

$$U_0 = U \cdot \frac{R_3}{R_1 + R_3} = 24 \cdot \frac{30}{10+30} = \underline{\underline{18\,V}}$$

$$I = \frac{U}{R_1 + (R_2 \times R_3)} = \frac{24}{10 + (20 \times 30)} \cong 1,09\ A$$

$$I_0 = I \cdot \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 1,09 \cdot \frac{30}{20+30} \cong \underline{\underline{0,65\ A}}$$

Feladatok megoldásai a Villamos tér című fejezethez

1.) Mekkora erőhatás lép fel a Q_1 = 3,5 mC és a Q_2 = 2,4 mC nagyságú pontszerű töltések között, ha egymástól 13 cm távolságra vannak?

Megoldás: $$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-3}}{0{,}13^2} \cong \underline{\underline{4{,}47\ MN}}$$

2.) Mekkora a villamos térerősség a Q = 12 μC töltéstől 4 és 16 cm távolságban?

Megoldás: $$E_4 = k \cdot \frac{Q}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{12 \cdot 10^{-6}}{\left(4 \cdot 10^{-2}\right)^2} \cong \underline{\underline{67{,}5 \frac{MV}{m}}}$$

$$E_{16} = k \cdot \frac{Q}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{12 \cdot 10^{-6}}{\left(16 \cdot 10^{-2}\right)^2} \cong \underline{\underline{4{,}22 \frac{MV}{m}}}$$

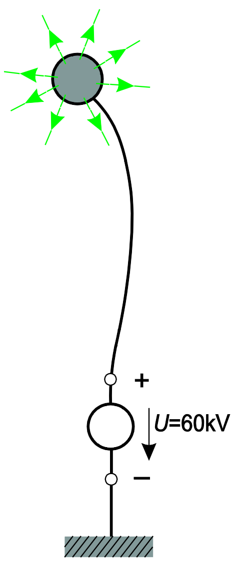
3.) Mekkora a villamos térerősség és a potenciál egy 5 μC nagyságú pontszerű töltéstől 9 cm távolságban? A töltés erőterébe, tőle 9 cm-re egy 13 μC nagyságú töltést helyezünk el. Mekkora erőhatás lép fel a két töltés között?

Megoldás: $$E = k \cdot \frac{Q_1}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{\left(9 \cdot 10^{-2}\right)^2} \cong \underline{\underline{5{,}56 \frac{MV}{m}}}$$

$$U = k \cdot \frac{Q_1}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{5 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{500\ kV}}$$

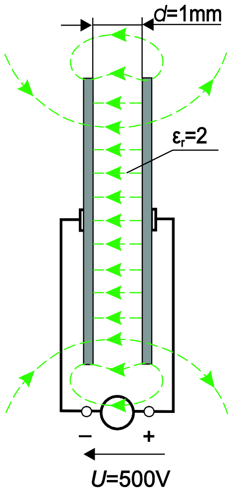
$$F = E \cdot Q_2 = 5{,}56 \cdot 10^6 \cdot 13 \cdot 10^{-6} = \underline{\underline{72{,}28\ N}}$$

4.) Mekkora a villamos térerősség annak az R = 4 cm sugarú vezető gömbnek a felszínén, amelyet a földhöz képest U = 60 kV feszültségre kapcsolunk? Mekkora a gömbön levő töltésmennyiség?



Megoldás:
Meghatározott összefüggésünk szerint:
$E = \frac{U}{R}$, ahol R a gömb sugara.
$$E = \frac{6 \cdot 10^4\ V}{4 \cdot 10^{-2}\ m} = 1{,}5 \cdot 10^6 \frac{V}{m} = 1500 \frac{kV}{m}.$$
A töltéssűrűség a gömb felszínén:
$D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E$, ahol ε_r = 1.
A gömb töltése pedig
$$Q = D \cdot A = \varepsilon_0 \varepsilon_r E \cdot 4\pi R^2 = \ldots = 0{,}268\ \mu As.$$

5.) Mekkora a térerősség két párhuzamos, egymástól 1 mm távolságban levő síklemez között, ha a lemezek közé 500 V feszültségű generátort kapcsolunk? Mekkora a lemezek töltése, ha egymás felé forduló felületük egyenként 4 dm^2, és közöttük $\varepsilon_r = 2$ jellemzőjű szigetelőanyag van?



Megoldás:
A lemezek között a tér homogén. Tehát:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{5 \cdot 10^2 \ V}{10^{-3} \ m} = 5 \cdot 10^5 \ \frac{V}{m} = 500 \ \frac{kV}{m}.$$

A felületi töltéssűrűség:
$D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E,$ ahol $\varepsilon_r = 2$.
Egy-egy lemez belső felszínén a töltésmennyiség:

$$Q = D \cdot A = \varepsilon_0 \varepsilon_r E \cdot A$$

$$Q = 8{,}86 \cdot 10^{-12} \ \frac{As}{Vm} \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^5 \ \frac{V}{m} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \ m^2.$$

$$Q \approx 35{,}4 \cdot 10^{-8} \ As = 0{,}354 \ \mu As.$$

(Mivel a mező homogén, a felületi töltéseloszlás egyenletes.)

6.) Két 25 cm^2 felületű, egymástól 0,15 mm távolságban elhelyezett fémlemez közé porcelánból készült szigetelőanyagot helyezünk el, és 24 V feszültségre kapcsoljuk. Számítsa ki a térerősséget a lemezek között, a töltéssűrűséget és a töltésmennyiséget a lemezek felszínén, a kondenzátor kapacitását és energiáját, valamint a kondenzátorra kapcsolható legnagyobb feszültséget!

Megoldás:
A síkkondenzátor lemezei között homogén villamos tér alakul ki, tehát a térerősség a lemezek között minden pontban azonos. A térerősség egyenesen arányos a lemezekre kapcsolt feszültséggel, és fordítottan arányos a lemezek közötti távolsággal:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{24}{0{,}15 \cdot 10^{-3}} = \underline{\underline{160 \ \frac{kV}{m}}}$$

A térerősség a felületi töltéssűrűséggel egyenesen arányos, az arányossági tényező a dielektromos állandó (permittivitás) reciproka. A szigetelőanyagként alkalmazott porcelán relatív dielektromos állandója $\varepsilon_r = 5{,}5$.

$$E = \frac{1}{\varepsilon_r \cdot \varepsilon_0} \cdot D \rightarrow D = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot E = 5{,}5 \cdot 8{,}86 \cdot 10^{-12} \cdot 160 \cdot 10^3 \cong \underline{\underline{7{,}8 \ \frac{\mu C}{m^2}}}$$

A felületi töltéssűrűség (dielektromos eltolás) az egységnyi felületre jutó töltések mennyisége a 402. feladat szerint, így ebből az összefüggésből a lemezeken felhalmozott töltések mennyisége meghatározható:

$$D = \frac{Q}{A} \rightarrow Q = D \cdot A = 7{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 10^{-4} = \underline{\underline{19{,}5 \ nC}}$$

A síkkondenzátor kapacitása a 418. feladatban megismertek szerint egyenesen arányos a lemezek felületével és fordítottan arányos a lemezek közötti távolsággal, az arányossági tényező pedig a dielektromos állandó:

$$C = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} = 5{,}5 \cdot 8{,}86 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{25 \cdot 10^{-4}}{0{,}15 \cdot 10^{-3}} \cong \underline{\underline{812{,}17\ pF}}$$

A kapacitást az előzőleg kiszámított adatokból egyszerűbben is meghatározhattuk volna, hiszen a definíció szerint a kapacitás az egységnyi feszültség hatására felhalmozott töltések mennyisége, és ismerjük a lemezek töltését és feszültségét is:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{19{,}5 \cdot 10^{-9}}{24} = \underline{\underline{812{,}5\ pF}}$$

Az eltérés a kerekítésekből adódik, a 812,17 pF a pontosabb, hiszen azt a kiinduló adatokból számítottuk ki, és csak egyszer kerekítettünk.

A kondenzátorban tárolt energia most háromféleképpen is kiszámítható, mert ismerjük már a kapacitást, a feszültséget és a töltést is:

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot 812{,}17 \cdot 10^{-12} \cdot 24^2 \cong \underline{\underline{233{,}9\ nJ}}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U = \frac{1}{2} \cdot 19{,}5 \cdot 10^{-9} \cdot 24 = \underline{\underline{234\ nJ}}$$

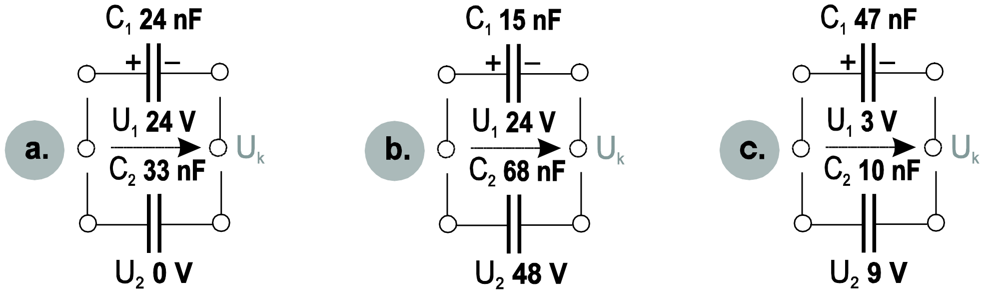
$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(19{,}5 \cdot 10^{-9}\right)^2}{812{,}17 \cdot 10^{-12}} \cong \underline{\underline{234{,}1\ nJ}}$$

A kiszámított értékek közötti eltérések ugyancsak a kerekítésekből származnak. Itt a harmadik eredmény a legpontatlanabb, mert a töltés is és a kapacitás is számított érték.

A 413. feladatban már ismertettük, hogy az átütési szilárdság (E_d) az a térerősség, amelynél az átütés bekövetkezik. Az átütési szilárdság anyagra jellemző érték, amely táblázatokból kikereshető. Néhány szigetelőanyag átütési szilárdsága a Feladatok kötet Összefoglaló részében megtalálható. A porcelán az átütési szilárdsága: E_d = 250 kV / cm . A szigetelőanyag vastagsága ismeretében meghatározható az a feszültség is, ahol az átütés bekövetkezik (U_{max}):

$$U_{\max} = E_d \cdot d = 250 \cdot 10^5 \cdot 0{,}15 \cdot 10^{-3} = 3750\,V = \underline{\underline{3{,}75\,kV}}$$

7.) Mekkora lesz az alábbi ábrákon látható kondenzátorok közös (U_k) feszültsége, ha kivezetésüket a feltöltés után a szaggatott vonal mentén összekötjük?



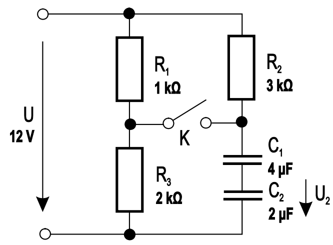
Megoldás:

a. $U_k = \dfrac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{27 \cdot 24 + 33 \cdot 0}{27 + 33} = \underline{\underline{10{,}8\,V}}$

b. $U_k = \dfrac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{15 \cdot 24 + 68 \cdot 48}{15 + 68} \cong \underline{\underline{43{,}66\,V}}$

c. $U_k = \dfrac{C_1U_1 + C_2U_2}{C_1 + C_2} = \dfrac{47 \cdot 3 - 10 \cdot 9}{47 + 10} \cong \underline{\underline{0{,}89\,V}}$

8.) Mekkora lesz az ábrán látható kapcsolásban az U_2 feszültség a K kapcsoló nyitott és zárt állásában?



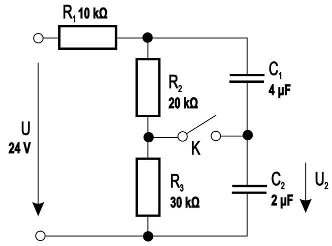
Megoldás:

K nyitott állásban: $U_2 = U \cdot \dfrac{C_1}{C_1 + C_2} = 12 \cdot \dfrac{4}{4+2} = \underline{\underline{8\,V}}$

K zárt állásban: $U_{R3} = U \cdot \dfrac{R_3}{\left(R_1 \times R_2\right) + R_3} = 12 \cdot \dfrac{2}{(1 \times 3) + 2} \cong 8{,}73\,V$

$U_2 = U_{R3} \cdot \dfrac{C_1}{C_1 + C_2} = 8{,}73 \cdot \dfrac{4}{4+2} = \underline{\underline{5{,}82\,V}}$

9.) Mekkora lesz az ábrán látható kapcsolásban az U_2 feszültség a K kapcsoló nyitott és zárt állásában?



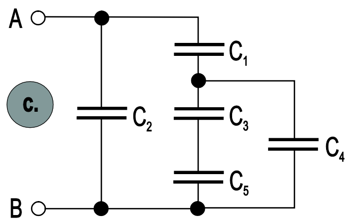
Megoldás:

K nyitott állásban: $U_{R23} = U \cdot \dfrac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 24 \cdot \dfrac{20 + 30}{10 + 20 + 30} = 20\,V$

$U_2 = U_{R23} \cdot \dfrac{C_1}{C_1 + C_2} = 20 \cdot \dfrac{4}{2+4} \cong \underline{\underline{13{,}33\,V}}$

K zárt állásban: $U_2 = U \cdot \dfrac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 24 \cdot \dfrac{30}{10 + 20 + 30} = \underline{\underline{12\,V}}$

10.) Számítsa ki az alábbi hálózat A és B kapcsok közötti eredő kapacitását! Határozza meg az egyes kondenzátorok feszültségét és töltését, ha az A és B pontok közé 24 V feszültséget kapcsolunk! Ahol a kapacitás értékeket nem tüntettük fel, ott a kondenzátorok kapacitása annyi nF, amennyi az indexük! (C_i = i nF)



Megoldás:

$$C = \left(\left(\left(C_3 \times C_5\right) + C_4\right) \times C_1\right) + C_2 = \left(\left(\left(3 \times 5\right) + 4\right) \times 1\right) + 2 \cong \underline{\underline{2{,}85\,nF}}$$

$$Q = C \cdot U = 2{,}85 \cdot 10^{-9} \cdot 24 = 68{,}4 \cdot 10^{-9}\ C = 68{,}4\,nC$$

i	1	2	3	4	5	Eredő
C_i (nF)	1	2	3	4	5	2,855
Q_i (nC)	20,51	48	6,55	13,96	6,55	68,51
U_i (V)	20,51	24	2,18	3,49	1,31	24

11.) Mekkora lesz egy kondenzátor feszültsége a bekapcsolás után két időállandónyi idő elteltével, ha a generátor forrásfeszültsége 100V?

Megoldás:

$$U_C = U \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 100 \cdot (1 - e^{-2}) \cong \underline{\underline{86{,}47\,V}}$$

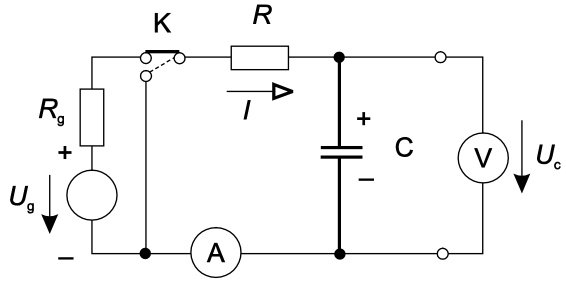
12.) Határozzuk meg, hogy az alábbi ábrán látható kapcsolási rajz K kapcsolójának vastag vonallal jelölt helyzetében a bekapcsolását követő 250 μs múlva mekkora a C síkkondenzátor U_C feszültsége! Mennyi idő alatt töltődik fel a kondenzátor? Mekkora a kondenzátor egy-egy fegyverzetén tárolt töltésmennyiség feltöltés után? A C síkkondenzátor felülete 25 cm2, a fegyverzeteket 0,2 mm vastag kondenzátorpapír választja el egymástól, amelynek relatív permittivitása 3.

További adatok:

Ug = 36 V;

Rg = 2 kΩ;

R = 1,2 MΩ.



Megoldás:

$\tau = 399{,}4\ \mu s;$

$U_c = 16{,}75\,V;$

$t_{feltöltés} \cong 2\ ms;$

$Q = 1{,}2 \cdot 10^{-8}$, mivel $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} = 8{,}86 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot \frac{25 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-4}} = 332{,}25\ pF;$

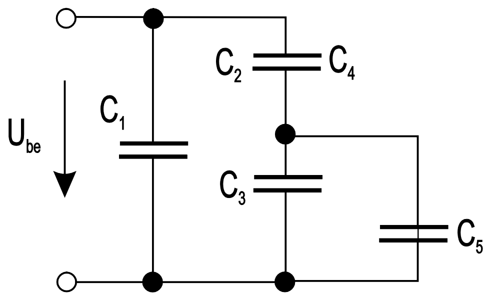
$\tau = (R_g + R) \cdot C = (2 + 1200) \cdot 10^3 \cdot 332{,}25 \cdot 10^{-12} = 399{,}4\ \mu s;$

$U_c = U_g (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 36 \cdot (1 - e^{-\frac{250}{399{,}4}}) = 16{,}75\,V;$

$t_{feltöltés} \cong 5\tau = 5 \cdot 399{,}4 = 2\ ms;$

$Q = C \cdot U = 332{,}25 \cdot 10^{-12} \cdot 36 = 1{,}2 \cdot 10^{-8}\ C.$

13.)



Cn = nx 1 µF

a) U_{be} = 25 V
   U_{c1} = ?
   U_{c2} = ?
   U_{c5} = ?

b) Q_3 = ?
   Q_4 = ?

c) Ha U_{c4} = 1 V, akkor U_{be} = ?

Megoldás:

a) U_{c1} = 25 V a párhuzamosság miatt!

[KÉP: ÁBRA]

A kapacitív osztó képletét alkalmazva:

$$\underline{\underline{U_{c2}}} = U_{be} \cdot \frac{C_4 \times C_5 + C_3}{C_4 \times C_5 + C_3 + C_2} = 25 \cdot \frac{5{,}23}{7{,}23} = \underline{\underline{18\,V}}$$

A hurok törvény alapján

$U_{C3} = U_{be} - U_{C2} = 25 - 18 = 7\,V$

[KÉP: ÁBRA]

$$\underline{\underline{U_{C5}}} = U_{C3} \cdot \frac{C_4}{C_4 + C_5} = 7 \cdot \frac{4}{9} = \underline{\underline{3{,}11\,V}}$$

b) $C_3 = \frac{Q_3}{U_{C3}} \rightarrow \underline{\underline{Q_3}} = C_3 \cdot U_{C3} = 3\ \mu F \cdot 7\,V = \underline{\underline{21\ \mu C}}$

Huroktörvény: $U_{C4} = U_{C3} - U_{C5} = 7 - 3{,}11 = 3{,}89\,V$

$\underline{\underline{Q_4}} = C_4 \cdot U_{C4} = 4\ \mu F \cdot 3{,}89\,V = \underline{\underline{15{,}56\ \mu C}}$

c) Két módszerrel is megoldhatjuk a feladatot. Az egyik a kapacitív osztásra alapszik, a másik a $C = \frac{Q}{U}$ alapképlet és a huroktörvény segítségével történik.

1. $U_{C4} = U_{C3} \cdot \frac{C_5}{C_4 + C_5} \rightarrow U_{C3} = U_{C4} \cdot \frac{C_4 + C_5}{C_5} = 1 \cdot \frac{4+5}{5} = 1{,}8\,V$

$$U_{C3} = U_{C1} \cdot \frac{C_2}{C_2 + C_4 \times C_5 + C_3} \rightarrow U_{C1} = U_{C3} \cdot \frac{C_2 + C_4 \times C_5 + C_3}{C_2} = 1{,}8 \cdot \frac{2 + 4 \times 5 + 3}{2} = 6{,}5\,V$$

$\underline{\underline{U_{be}}} = U_{C1} = \underline{\underline{6{,}5\,V}}$

2. $Q_4 = C_4 \cdot U_4 = 4\ \mu F \cdot 1\,V = 4\ \mu C$

Soros kondenzátorokon a töltésmennyiségek azonosak, tehát

$$Q_5 = Q_4 = 4\ \mu C \quad U_5 = \frac{Q_5}{C_5} = \frac{4\ \mu C}{5\ \mu F} = 0{,}8\ V$$

$$U_3 = U_4 + U_5 = 1 + 0{,}8 = 1{,}8\ V$$

$$Q_3 = C_3 \cdot U_3 = 3\ \mu F \cdot 1{,}8\ V = 5{,}4\ \mu C$$

$$Q_2 = Q_3 + Q_4 = 5{,}4 + 4 = 9{,}4\ \mu C$$

$$U_2 = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{9{,}4\ \mu C}{2\ \mu F} = 4{,}7\ V$$

$$\underline{\underline{U_{be}}} = U_{C1} = U_2 + U_3 = 4{,}7 + 1{,}8 = \underline{\underline{6{,}5\ V}}$$

Feladatok megoldásai a Mágneses tér című fejezethez

1.) Mennyivel változik meg a mágneses térerősség, az indukció és a mágneses fluxus, ha egy 12 mm belső átmérőjű, 1200 menetből álló, 75 mm hosszú tekercstestbe vasmagot helyezünk, amelynek relatív permeabilitása 5000? A B mágneses indukció 0,5 T, a tekercs árama 5 mA.

Megoldás:

$\Delta H = 0;$

$\Delta B = 0{,}5\,T;$

$\Delta \Phi = 5{,}7 \cdot 10^{-5}\ Wb,$

mivel

$\Theta = N \cdot I = 1200 \cdot 0{,}005 = 6\ A;$

$$H = \frac{\Theta}{l} = \frac{6}{0{,}075} = 80\ \frac{A}{m};$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{\pi \cdot (1{,}2 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 1{,}13 \cdot 10^{-4}\ m^2;$$

$B = \mu_0 \cdot H = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80 = 10^{-4}\ T;$

$B' = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = \mu_r \cdot B = 5000 \cdot 10^{-4} = 0{,}5\,T;$

$\Phi = B \cdot A = 10^{-4} \cdot 1{,}13 \cdot 10^{-4} = 1{,}13 \cdot 10^{-8}\ Wb;$

$\Phi' = B' \cdot A = 0{,}5 \cdot 1{,}13 \cdot 10^{-4} = 5{,}7 \cdot 10^{-5}\ Wb.$

$\Delta B = B' - B = 5 - 0{,}001 \cong 0{,}5\,T$

$\Delta \Phi = \Phi' - \Phi = 5{,}7 \cdot 10^{-5} - 1{,}13 \cdot 10^{-7} \cong 5{,}7 \cdot 10^{-5}\ Wb.$

2.) Mekkora a mágneses térerősség két vezeték közötti felezőpontban, ha a vezetékekben folyó áramok azonos irányban, és mekkora, ha ellentétes irányban folynak? Az áramerősség az egyik vezetékben 25 A, a másikban 18 A. A vezetékek közötti távolság 50 cm.

Megoldás:

$H_a = 4{,}44\ \frac{A}{m};\quad H_e = 27{,}36\ \frac{A}{m}$, mivel

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi \cdot r} = \frac{25}{2\pi \cdot 25} = 15{,}9\ \frac{A}{m};$$

$$H_2 = \frac{I_2}{2\pi \cdot r} = \frac{18}{2\pi \cdot 0{,}25} = 11{,}46\ \frac{A}{m};$$

$$H_{azonos} = H_1 - H_2 = 15{,}9 - 11{,}46 = 4{,}44\ \frac{A}{m};$$

$$H_{ellentétes} = H_1 + H_2 = 15{,}9 + 11{,}46 = 27{,}36\ \frac{A}{m}.$$

3.) Mekkora a menetszáma annak a tekercsnek, amelynek az ellenállása 100 Ω, és 20 V-os feszültségre kapcsolva a gerjesztése 2000 Amenet?

Megoldás:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{20}{100} = 0{,}2\ A$$

$$\Theta = N \cdot I \to N = \frac{\Theta}{I} = \frac{2000}{0{,}2} = \underline{\underline{10000\ menet}}$$

4.) Mekkora a mágneses térerősség abban a légmagos, 18 cm közepes átmérőjű tekercsben, amelynek mágneses fluxusa 2 μWb? A tekercs belsejébe μ_r = 3000 relatív permeabilitású vasmagot teszünk. Mekkora lesz a térerősség a tekercs belsejében?

Megoldás:

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{18^2 \cdot \pi}{4} \cong 254{,}47\ cm^2$$

$$\Phi = B \cdot A \to B = \frac{\Phi}{A} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{254{,}47 \cdot 10^{-4}} \cong 78{,}59\ \mu T$$

Légmagos tekercs: $H_0 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{78{,}59 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong \underline{\underline{62{,}54\ \frac{A}{m}}}$

Vasmagos tekercs: $H_v = \frac{B}{\mu_r \cdot \mu_0} = \frac{H_0}{\mu_r} = \frac{62{,}54}{3 \cdot 10^3} \cong 20{,}85 \cdot 10^{-3}\ \frac{A}{m} = \underline{\underline{20{,}85\ \frac{mA}{m}}}$

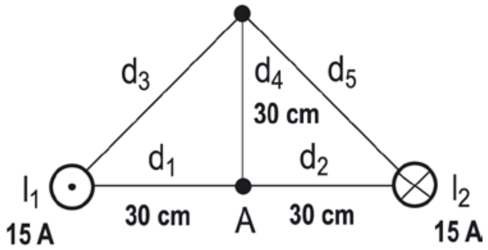
5.) Mekkora a mágneses térerősség a vezető felületén és a vezető tengelyétől 3 cm távolságban, ha a vezető átmérője 1 mm, és a vezetőben 0,75 A erősségű áram folyik?

Megoldás:

$$H_1 = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{0{,}75}{2 \cdot \pi \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3}} \cong \underline{\underline{238{,}73\ \frac{A}{m}}}$$

$$H_2 = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{0{,}75}{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{3{,}98\ \frac{A}{m}}}$$

6.) Határozza meg az alábbi ábrán látható vezeték elrendezések esetén az A és a B pontokban a mágneses térerősség értékét!



Megoldás:

$$H_{1A}=\frac{I_1}{2\cdot\pi\cdot d_1}=\frac{15}{2\cdot\pi\cdot 0{,}3}\cong 7{,}96\,\frac{A}{m} \qquad H_{2A}=\frac{I_2}{2\cdot\pi\cdot d_2}=\frac{15}{2\cdot\pi\cdot 0{,}3}\cong 7{,}96\,\frac{A}{m}$$

$$H_A=H_{1A}+H_{2A}=7{,}96+7{,}96=\underline{\underline{15{,}92\,\frac{A}{m}}}$$

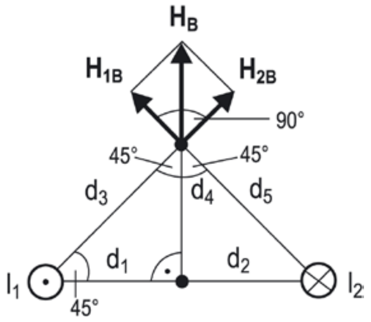
$$d_3=\sqrt{d_1^2+d_4^2}=\sqrt{30^2+30^2}\cong 42{,}43\,cm$$

$$H_{1B}=\frac{I_1}{2\cdot\pi\cdot d_3}=\frac{15}{2\cdot\pi\cdot 0{,}4243}\cong 5{,}63\,\frac{A}{m}$$

$$d_5=\sqrt{d_2^2+d_4^2}=\sqrt{30^2+30^2}\cong 42{,}43\,cm$$

$$H_{2B}=\frac{I_2}{2\cdot\pi\cdot d_5}=\frac{15}{2\cdot\pi\cdot 0{,}4243}\cong 5{,}63\,\frac{A}{m}$$

$$H_B=\sqrt{H_{1B}^2+H_{2B}^2}=\sqrt{5{,}63^2+5{,}63^2}\cong\underline{\underline{7{,}96\,\frac{A}{m}}}$$ (ld. ábra)



7.) Egy zárt vasmag keresztmetszete 9 cm^2, relatív permeabilitása 10^4, az erővonalak közepes hossza 100 cm. Mekkora gerjesztés hoz létre a vasban 120 μWb fluxust?

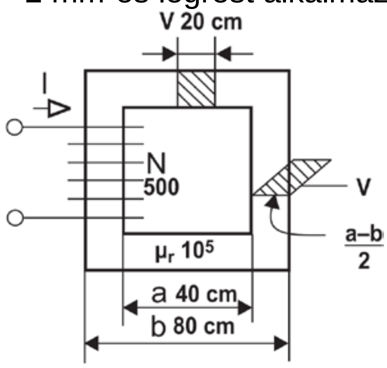
Megoldás:

$$B=\frac{\Phi}{A}=\frac{120\cdot 10^{-6}}{9\cdot 10^{-4}}\cong 13{,}333\cdot 10^{-2}\ T=133{,}33\,mT$$

$$H=\frac{B}{\mu_r\cdot\mu_0}=\frac{133{,}33\cdot 10^{-3}}{10^4\cdot 4\cdot\pi\cdot 10^{-7}}\cong 10{,}61\,\frac{A}{m}$$

$$\Theta=H\cdot l=10{,}61\cdot 1=\underline{\underline{10{,}61\,Amenet}}$$

8.) Mekkora gerjesztő árammal tudunk 0,5 T indukciót létrehozni az ábrán látható, állandó permeabilitásúnak tekinthető, négyzet alakú vasmagban? Mekkora a tekercs induktivitása? Mekkora energiát tárol ez a tekercs? Mekkora gerjesztő áramra volna szükség, ha a vasmagban δ = 2 mm-es légrést alkalmaznánk?



Megoldás:

$$H_v = \frac{B}{\mu_r \cdot \mu_0} = \frac{0{,}5}{10^5 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong 3{,}98\,\frac{A}{m}$$

$$l_k = \frac{a+b}{2} \cdot 4 = \frac{40+80}{2} \cdot 4 = 240\,cm = 2{,}4\,m$$

$$\Theta = H_v \cdot l_k = 3{,}98 \cdot 2{,}4 \cong 9{,}55\,Amenet$$

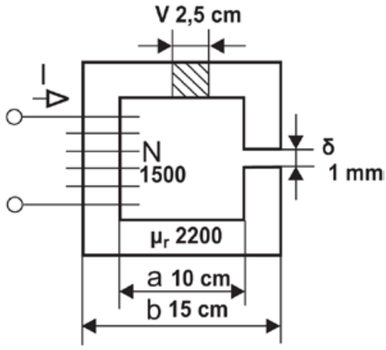
$$\Theta = N \cdot I \to I = \frac{\Theta}{N} = \frac{9{,}55}{500} = \underline{\underline{19{,}1\,mA}}$$

$$A = \frac{b-a}{2} \cdot v = \frac{80-40}{2} \cdot 20 = 400\,cm^2$$

$$L = N^2 \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{A}{l_k} = 500^2 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{400 \cdot 10^{-4}}{2{,}4} \cong \underline{\underline{523{,}6\,H}}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot L = \frac{1}{2} \cdot \left(19{,}1 \cdot 10^{-3}\right)^2 \cdot 523{,}6 \cong \underline{\underline{95{,}51\,mJ}}$$

9.) Az ábrán látható, állandó permeabilitásúnak tekinthető, négyzet alakú vasmagra készítünk légréses tekercset. Mekkora a szükséges gerjesztő áram értéke, ha Φ = 625 μWb fluxust szeretnénk előállítani?



Megoldás:

$$A = \frac{b-a}{2} \cdot v = \frac{15-10}{2} \cdot 2{,}5 = 6{,}25\,cm^2$$

$$\Phi = B \cdot A \to B = \frac{\Phi}{A} = \frac{625 \cdot 10^{-6}}{6{,}25 \cdot 10^{-4}} = 1\,T$$

$$H_1 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong 7{,}96 \cdot 10^5\,\frac{A}{m}$$

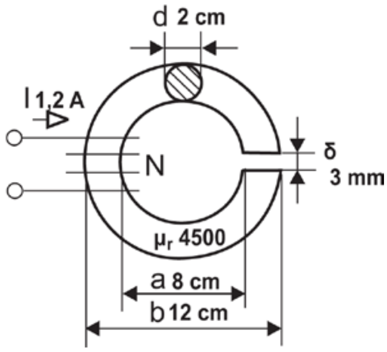
$$H_v = \frac{B}{\mu_r \cdot \mu_0} = \frac{1}{2200 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong 361{,}72\,\frac{A}{m}$$

$$l_k = \frac{a+b}{2} \cdot 4 - \delta = \frac{10+15}{2} \cdot 4 - 0{,}1 = 49{,}9\,cm$$

$$\Theta = H_v \cdot l_k + H_1 \cdot \delta = 361{,}22 \cdot 0{,}499 + 7{,}96 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cong 976{,}5\,Amenet$$

$$\Theta = N \cdot I \to I = \frac{\Theta}{N} = \frac{976{,}5}{1500} = \underline{\underline{651\,mA}}$$

10.) Az ábrán látható, állandó permeabilitásúnak tekinthető, köralakú vasmagra készítünk légréses tekercset. Mekkora a szükséges menetszám, ha Φ = 471 μWb fluxust szeretnénk előállítani?



Megoldás:

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{2^2 \cdot \pi}{4} \cong 3{,}14\ cm^2$$

$$\Phi = B \cdot A \to B = \frac{\Phi}{A} = \frac{471 \cdot 10^{-6}}{3{,}14 \cdot 10^{-4}} = 1{,}5\ T$$

$$H_l = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1{,}5}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong 1{,}19 \cdot 10^6\ \frac{A}{m}$$

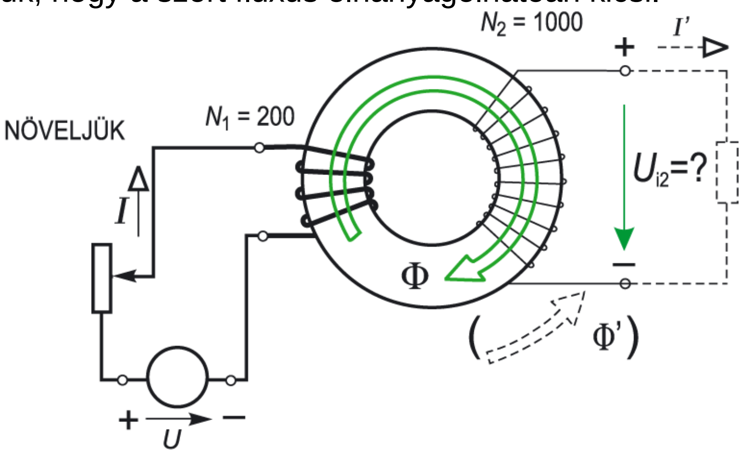
$$H_v = \frac{B}{\mu_r \cdot \mu_0} = \frac{1{,}5}{4500 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong 256{,}26\ \frac{A}{m}$$

$$l_k = \frac{a+b}{2} \cdot \pi - \delta = \frac{8+12}{2} \cdot \pi - 0{,}3 \cong 31{,}12\ cm$$

$$\Theta = H_v \cdot l_k + H_l \cdot \delta = 265{,}26 \cdot 0{,}3112 + 1{,}19 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cong 3652{,}55\ Amenet$$

$$\Theta = N \cdot I \to N = \frac{\Theta}{I} = \frac{3652{,}55}{1{,}2} \cong \underline{\underline{3044\ menet}}$$

11.) Zárt, homogén anyagú, állandó 4 cm^2 keresztmetszetű ferromágneses gyűrűre két tekercset helyezünk, az ábra szerint. Mekkora feszültség mérhető az N_2 = 1000 menetes tekercs kapcsain, ha az N_1 = 200 menetes tekercsben folyó áramot 0,02 s alatt 0,5 amperről egyenletesen 1,5 amperre növeljük? (A vas közepes hossza l = 25 cm, relatív permeabilitása μ_r = 800.) – Feltételezzük, hogy μ_r eközben nem változik meg. Feltételezzük, hogy a szórt fluxus elhanyagolhatóan kicsi.



Megoldás:
A mágneses kör fluxusát az I áram létesíti. A mágneses indukció a vastestben:

$$B = \mu_0 \mu_r H = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 \cdot I}{l},$$

ahol l a vastest közepes hossza.
A mágneses kör fluxusa:

$$\Phi = B \cdot A = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{N_1 \cdot I}{l} \cdot A,$$

ahol A a gyűrű keresztmetszete.
A fluxus megváltozását az I áram megváltoztatása okozza. A fluxus megváltozása és változási sebessége:

$$\Delta\Phi = \Delta I \cdot \mu_0 \mu_r \frac{N_1}{l} \cdot A,$$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta I}{\Delta t} \cdot \mu_0 \mu_r \frac{N_1}{l} \cdot A.$$

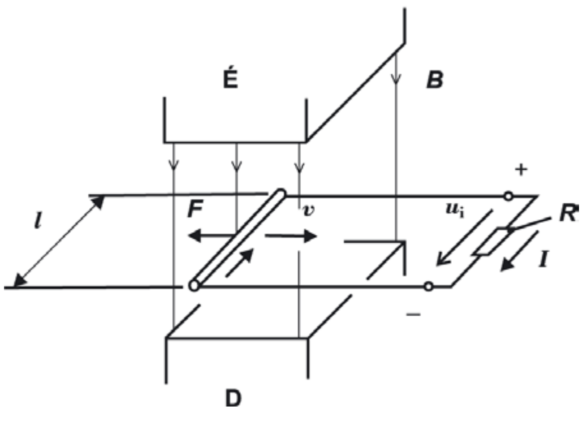
Számítsuk ki a fluxusváltozás sebességét!

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{1{,}5 - 0{,}5}{0{,}02} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot 10^2 \cdot \frac{2 \cdot 10^2}{0{,}25} \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 50 \cdot 32 \cdot 10^{-5} = 1{,}6 \cdot 10^{-2} \frac{Vs}{s}.$$

A 2. tekercsben indukált feszültséget megkapjuk, ha a fluxusváltozást sebességét megszorozzuk a 2. tekercs menetszámával:

$$U_{i2} = N_2 \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-2} = 16\,V.$$

12.) Az ábrán egy l = 10 cm hosszúságú vezetőt láthatunk, amely v = 0,5 m/s sebességgel halad egy B = 0,15 T indukciójú térben. A vezető két végéhez egy ellenállás csatlakozik. A vezető sebessége a vezetékre és az indukcióra is merőleges. Mekkora az u_1 indukált feszültség? Mekkora áram folyik az áramkörben, ha az R ellenállás értéke 10 Ω?



Megoldás:
$u_i = 7{,}5\,mV; i = 750\,\mu A,$ mivel

$u_i = B \cdot l \cdot v = 0{,}15 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}5 = 7{,}5\,mV;$

$i = \frac{u_i}{R} = \frac{7{,}5 \cdot 10^{-3}}{10} = 750\,\mu A.$

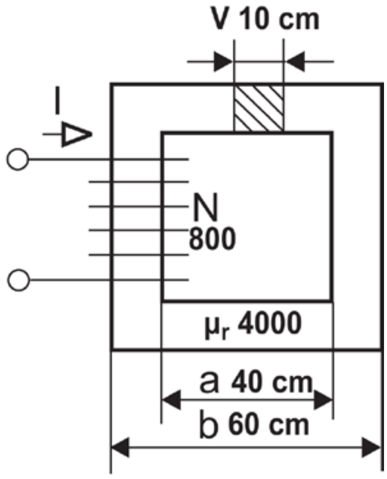
13.) Egy tekercsben 20 mA áram folyik. Mekkorára kell növelni az áramot 100 μs alatt egy 200 mH induktivitású tekercsben ahhoz, hogy sarkain 200 V indukált feszültség keletkezzen?

Megoldás:

$$U_i = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \rightarrow \Delta I = \frac{U_i \cdot \Delta t}{L} = \frac{200 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{0{,}2} = 0{,}1\,A = 100\,mA$$

$$\Delta I = I_2 - I_1 \rightarrow I_2 = I_1 + \Delta I = 20 + 100 = \underline{\underline{120\,mA}}$$

14.) Az ábrán látható tekercs árama 64 μs alatt 150 mA-ról nullára csökken. Mekkora feszültség indukálódik a tekercsben?



Megoldás:

$$U_i = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = 16{,}08 \cdot \frac{0{,}15}{64 \cdot 10^{-6}} \cong \underline{\underline{37{,}69\,kV}}$$

$$L = N^2 \cdot \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{A}{l_k} = 800^2 \cdot 4000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{100 \cdot 10^{-4}}{2} \cong 16{,}08\,H$$

$$A = \frac{b-a}{2} \cdot v = \frac{60-40}{2} \cdot 10 = 100\,cm^2$$

$$l_k = \frac{a+b}{2} \cdot 4 = \frac{40+60}{2} \cdot 4 = 200\,cm = 2\,m$$

15.) Az 5.53 ábrán látható áramkörben egy induktivitást kapcsolunk az U_g generátorra.

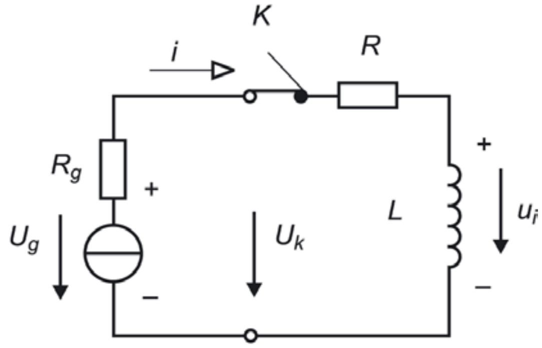
a) Számítsuk ki a változás időállandóját!

b) Mennyi idő múlva állandósul az áramkörben folyó áram, és mekkora a max áramerősség?

c) Számítsuk ki, hogy a bekapcsoláshoz képest 15 ms múlva mekkora lesz az áramkörben folyó áram erőssége?

d) Mekkora feszültség mérhető az induktivitáson 15 ms elteltével?

Adatok:
U_g = 20 V;
R_g = 1 Ω;
R = 100 Ω;
L = 1 H.



5.53 ábra

Megoldás:

a) a változás időállandója: $\tau = \frac{L}{R} = \frac{1\,H}{(100+1)\Omega} \cong 10\,ms.$

b) Az áramkörben folyó áram gyakorlatilag $5\tau = 5 \cdot 10 = 50\,ms$ elteltével állandósul. Az áramkörben folyó max. áram meghatározásához alkalmazzuk Kirchhoff huroktörvényét:

$$U_g - u_i - i \cdot (R + R_g) = 0.$$

Akkor max. az áram, amikor az indukált feszültség nullára csökkent.

$$U_g - I_0 \cdot (R + R_g) = 0,$$

$$I_0 = \frac{U_g}{R + R_g} = \frac{20}{100+1} \cong 0{,}2\,A = 200\,mA.$$

c) A bekapcsolás pillanatában indukált u_i feszültség az áram ugrásszerű növekedésével megakadályozza. Emiarr az áram csak fokozatosan éri el az állandósult max. értéket, amikor az induktivitása már nem fejt ki ellenállást az árammal szemben. Az időbeli változást a következő egyenlőség írja le:

$$i = I_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Helyettesítsük be az ismert adatokat ($e \cong 2{,}718282$):

$$i_{15} = I_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 0{,}2 \cdot (1 - e^{-\frac{15 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}}}) = 155{,}3\,mA.$$

d) Az induktivitáson mérhető feszültség folyamatos csökkenésének függvényét a következő egyenlőség írja le:

$$u_i = U_{i0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

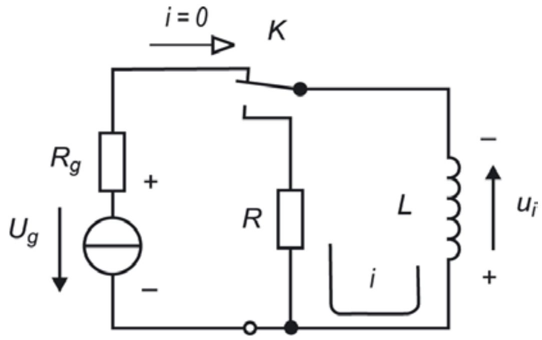
Helyettesítsük be az adatokat:

$$u_{i15} = 20 \cdot e^{-\frac{15 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}}} = 4{,}46\,V\,.$$

Az ábra szerinti áramkör időállandója 10 ms, az áram 50 ms idő elteltével gyakorlatilag eléri a 200 mA-es max. értékét. A K kapcsoló bekapcsolása után 15 ms-mal az áramkörben folyó áram erőssége 155,3 mA-re nőt, az induktivitáson mérhető feszültség 4,46 V-ra csökkent.

16.) Az ábrán egy áramkör kapcsolási rajza látható, amelyben az induktivitás egy K kapcsoló érintkezőjén át egy feszültséggenerátorra csatlakozik. A K kapcsoló átkapcsolásával az induktivitást leválaszthatjuk a feszültséggenerátorról, és ezzel egyidejűleg egy R ellenállást csatlakoztatunk az L induktivitású tekercsre.
a) Mekkora R ellenállást kell alkalmaznunk, hogy az indukált feszültség az első pillanatban ne haladja meg a 20 V-ot?
b) Mekkora az áramkör időállandója, és mennyi idő múlva szűnik meg az i áram a tekercsben?
c) Mekkora az indukált feszültség a kikapcsolás után 14 ms múlva?
d) Mekkora a mágneses energia nagysága a tekercsben a kikapcsolás pillanatában?

Adatok:
Ug = 12 V;
Rg = 100 Ω;
L = 10 mH.



Megoldás:

a) A kikapcsolás pillanatában az áram: $I_0 = \frac{U_g}{R_g} = \frac{12}{100} = 120\ mA.$

Kirchhoff hurokegyenletét felírva a K kapcsoló átkapcsolásának pillanatában:
$I_0 \cdot R - u_i = 0$.

Ebből az R ellenállást kifejezve: $R = \frac{U_{i\max}}{I_0} = \frac{20}{120 \cdot 10^{-3}} = 167\ \Omega$.

b) Az időállandó: $\tau = \frac{L}{R} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{167} = 60\ \mu s$.
A kikapcsolás folyamata 5τ ideig tart: $5\tau = 5 \cdot 60 = 300\ \mu s$.

c) A kikapcsolás után 14 μs-mal az indukált feszültség:
$u_{i14} = U_{i0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 20 \cdot e^{-\frac{14 \cdot 10^{-6}}{60 \cdot 10^{-6}}} = 15{,}84\,V$.

d) A tekercsben tárolt mágneses energia a kikapcsolás pillanatában:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 120^2 \cdot 10^{-6} = 74\ \mu W \cdot s\ .$$

Max. 167 Ω-os ellenállást alkalmazhatunk. Az áramkör időállandója ezzel az ellenállásértékkel 60 μs. A folyamat 300 μs alatt gyakorlatilag lezajlik, ennyi idő után áram már nem folyik a tekercsben. A kikapcsolás után 14 μs-mal a tekercsen 15,84 V indukált feszültség mérhető. A kikapcsolás pillanatában, a tekercsben tárolt energia 72 μW·s.

Feladatok megoldásai a Váltakozó feszültség című fejezethez

1.) Egy szinuszosan változó áram a polaritás váltás után 1 μs múlva éri el első maximumát. Mekkora az áram frekvenciája?

Megoldás:

$$T = 4 \cdot t = 4 \cdot 1 = 4 \mu s$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4 \cdot 10^{-6}} = 0{,}25 \cdot 10^{6}\ Hz = \underline{\underline{250\ kHz}}$$

2.) Egy 1 MHz frekvenciájú szinuszosan változó feszültség mennyi idő múlva éri el az effektív értékével azonos pillanatértéket? Mekkora a pillanatértékhez tartozó fázisszög?

Megoldás:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 10^{6}\ c/s$$

$$\frac{U_p}{\sqrt{2}} = U_p \cdot \sin 2 \cdot \pi \cdot 10^{6} \cdot t \rightarrow t = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 10^{6}} \cdot \arcsin \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}125 \cdot 10^{-6}\ s = \underline{\underline{125\ ns}}$$

$$\Phi = \omega \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot 10^{6} \cdot 0{,}125 \cdot 10^{-6} = \frac{\pi}{4} rad = \underline{\underline{45°}}$$

3.) Egy 159 Hz frekvenciájú váltakozó áramú körben a szinuszosan változó feszültség effektív értéke 10,6 V, az áram effektív értéke 3,5 mA. A feszültség 0,52 ms-mal előbb éri el a maximumát, mint az áram. Mekkora a fázisszög a feszültség és az áram között? Írja fel a feszültség és az áram időfüggvényét! Mekkora a feszültség és az áram pillanatértéke az áram fázisváltása után 0,3 ms múlva? Mekkora a feszültség pillanatértéke, ha az áram pillanatértéke 1 mA?

Megoldás:

A feszültség és az áram közötti fázisszög kiszámításához szükségünk lesz a körfrekvenciára:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 159 \cong 1000\ c/s$$

A két jel közötti fáziskülönbséget radiánban a körfrekvencia és az idő szorzata adja:

$$\Phi = \omega \cdot t = 1000 \cdot 0{,}52 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{0{,}52\ rad}}$$

A radiánban kapott fázisszöget alakítsuk fokká:

$$2 \cdot \pi\ rad = 360° \rightarrow 1\ rad = \frac{360}{2\pi} \cong 57{,}3° \rightarrow 0{,}52\ rad \cong \underline{\underline{30°}}$$

Tehát a feszültség 30°-kal siet az áramhoz képest. Az időfüggvények felírásához ismernünk kell a jelek amplitúdóját is, amelyeket az effektív értékekből számíthatunk ki:

$U_p = U \cdot \sqrt{2} = 10{,}6 \cdot \sqrt{2} \cong 15\,V$ és $I_p = I \cdot \sqrt{2} = 3{,}5 \cdot \sqrt{2} \cong 5\ mA$

Most már ismerjük az amplitúdókat, a körfrekvenciát és a jelek közötti fázisszöget, tehát felírhatók az időfüggvények. A fáziseltérést a gyakorlatban mindig az áramhoz viszonyítjuk, tehát az áram fázisszögét nullának vesszük fel, és a fázisszög a feszültség időfüggvényében szerepel (VIII-3. ábra).

$$u(t) = U_p \cdot \sin(\omega \cdot t + \Phi) = \underline{\underline{15 \cdot \sin(1000 \cdot t + 30°)\ (V)}}$$

$$i(t) = I_p \cdot \sin \omega \cdot t = \underline{\underline{5 \cdot \sin 1000 \cdot t\ (mA)}}$$

[KÉP: Szücs 188/]

A VIII-3. ábrán látható, hogy az áram kétszer vált fázist egy periódus alatt. A negatívból pozitívba történő átmenet után 180°-kal (π radiánnal) pozitív negatív átmenet lesz, és a két átmenet után a feszültség és az áram is különböző pillanatértéket vesz fel. A behelyettesítésnél a fázisszöget át kell alakítanunk radiánba, hiszen a másik tagot is radiánban kapjuk meg:

$$u_1 = 15 \cdot \sin(1000 \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-3} + \frac{\pi}{6}) \cong \underline{\underline{11\,V}}$$

$$u_2 = 15 \cdot \sin(1000 \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-3} + \frac{\pi}{6} + \pi) \cong \underline{\underline{-11\,V}}$$

$$i_1 = 5 \cdot \sin 1000 \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-3} \cong \underline{\underline{1{,}48\,mA}}$$

$$i_2 = 5 \cdot \sin(1000 \cdot 0{,}3 \cdot 10^{-3} + \pi) \cong \underline{\underline{-1{,}48\,mA}}$$

Az áram az 1 mA-es pillanatértéket két időpontban veszi fel egy perióduson belül. Először ezeket az időpontokat kell meghatároznunk az áram időfüggvényéből:

$$5 \cdot \sin 1000 \cdot t_1 = 1 \rightarrow t_1 = \frac{1}{1000} \cdot \arcsin\frac{1}{5} \cong 0{,}2 \cdot 10^{-3}\ s = \underline{\underline{0{,}2\ ms}}$$

$$5 \cdot \sin(\pi - 1000 \cdot t_2) = 1 \rightarrow t_2 = \frac{1}{1000} \cdot (\pi - \arcsin\frac{1}{5}) \cong 0{,}294 \cdot 10^{-3}\ s = \underline{\underline{2{,}94\ ms}}$$

A t_1 és t_2 értékeket behelyettesítve a feszültség időfüggvényébe, megkapjuk a keresett pillanatértékeket:

$$u_1 = 15 \cdot \sin(1000 \cdot t_1 + \frac{\pi}{6}) = 15 \cdot \sin(1000 \cdot 0{,}2 \cdot 10^{-3} + \frac{\pi}{6}) \cong \underline{\underline{9{,}93\,V}}$$

$$u_2 = 15 \cdot \sin(1000 \cdot t_2 + \frac{\pi}{6}) = 15 \cdot \sin(1000 \cdot 2{,}94 \cdot 10^{-3} + \frac{\pi}{6}) \cong \underline{\underline{-4{,}75\,V}}$$

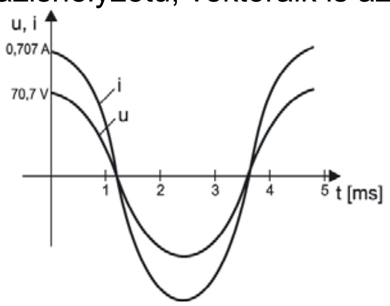
4.) Egy áramkörben I = 0,5 A erősségű és 200 Hz frekvenciájú áram folyik.

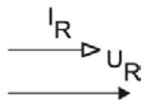
a) Számítsuk ki az áramkör R = 100 Ω értékű ellenállásán eső feszültség csúcsértékét!

b) Írjuk fel az áram és feszültség időbeli lefolyásának kifejezését, ha feltételezzük, hogy az áram cosinus függvény szerint változik!

c) Rajzoljuk fel az áram és a feszültség idő szerinti változását és a vektoriális képet,az áram a cos függvény szerint változik!

Megoldás:
a) Először írjuk fel az áram időfüggvényét a feltételnek megfelelően!
$i = I_p \cos \omega t$, az áramerősség csúcsértéke: $I_p = I\sqrt{2} = 0{,}5\sqrt{2} = 0{,}707\ A$, behelyettesítve: $i = 0{,}707 \cdot \cos \omega t\ A$.
A feszültség ohm törvénye szerint: $U_p = I_p \cdot R = 0{,}707\ A \cdot 100\ \Omega = 70{,}7\ V$.
b) Az ohmos jelleg miatt a feszültség menete megegyezik az árcroméval:
$u = U_p \cos \omega t = 70{,}7 \cdot \cos \omega t\ V$.
Az áram és a feszültség periódusideje:
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{200\ Hz} = 0{,}005\ s = 5\ ms.$$
c) A tisztán ohmos jelleg miatt az ellenálláson átfolyó áram és az általa létrehozott feszültség azonos fázishelyzetű, vektoraik is azonos irányúak:





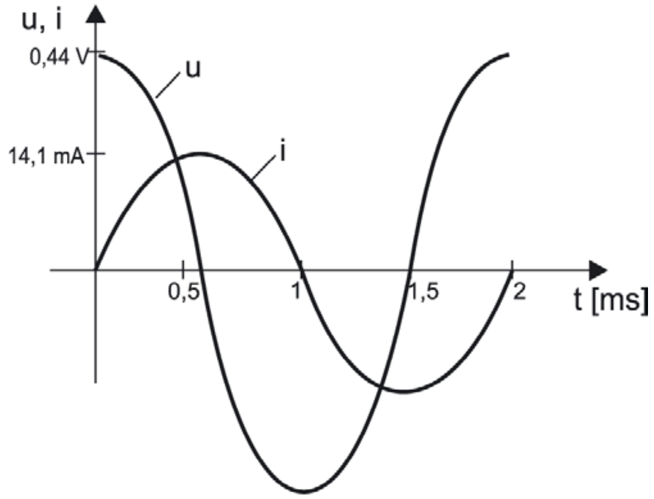
5.) Egy tisztán induktív jellegű áramkörben I = 10 mA erősségű, 500 Hz frekvenciájú szinuszos áram folyik.
a) Számítsuk ki, mekkora feszültség esik az L = 10 mH értékű induktivitáson!
b) Írjuk fel az áramerősség és feszültség időfüggvényét!
c) Rajzoljuk fel az áramerősség és a feszültség idő függvénye szerinti változását!

Megoldás:
a) Az áram időfüggvénye:
$i = I_p \sin \omega t = I \cdot \sqrt{2} \sin \omega t = 14{,}1 \cdot \sin \omega t\ mA$.
A feszültségesés meghatározásához ismernünk kell, hogy a tekercsnek az adott frekvencián mekkora a látszólagos ellenállása (reaktancia).
$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L = 6{,}28 \cdot 5 \cdot 10^2\ Hz \cdot 0{,}01\ H = 31{,}4\ \Omega$.
Az induktív látszólagos ellenálláson átfolyó áram és az általa létrehozott feszültségesés között φ = 90° fáziseltérés van.

b) A feszültség időfüggvénye a 90°-os fáziseltérés miatt:
$u = U_p \cos \omega t$, az $U_p = I_p \cdot X_L = 14{,}1 \cdot 10^{-3}\ A \cdot 31{,}4\ \Omega = 0{,}44\ V$, behelyettesítve: $u = 0{,}44 \cdot \cos \omega t\ V$.

c) Rajzoljuk meg a feszültség és az áramerősség időfüggvényét!
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{500\ Hz} = 0{,}002\ s = 2\ ms$$

A feladatban szereplő feszültség és áram φ = 90° fáziseltérésű, a feszültség $\frac{\pi}{2}$-vel hamarabb éri el a maximális és a nulla értékeket, mint a körben folyó áram.



6.) Egy tisztán kapacitív jellegű áramkörben a C = 10 nF kapacitású kondenzátoron 2,5 V szinuszosan váltakozó feszültségesés jön létre. Az áramkört tápláló generátor frekvenciája 10 kHz.
a) Számítsuk ki az áramkörben folyó áram erősség csúcsértékét!
b) Írjuk fel a feszültség-áramerősség időfüggvényét!
c) Rajzoljuk fel az áramerősség és a feszültség idő függvénye szerinti változását, és a vektoriális képet!

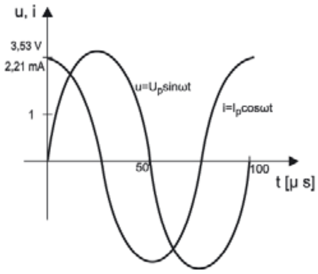
Megoldás:
a) Írjuk fel a feszültség időfüggvényét:
$u = U_p \sin \omega t$ az $U_p = U \cdot \sqrt{2} = 2{,}5\,V \cdot 1{,}41 = 3{,}53\,V$, $u = 3{,}53 \cdot \sin \omega t\, V$.
Az áramkörben folyó áram erősségét a kondenzátor reaktanciája és a rajta eső feszültség értékéből tudjuk meghatározni.
A kapacitív reaktancia: $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 10^4\ Hz \cdot 10^{-8}\ F} = 1{,}6 \cdot 10^3\ \Omega$.
Az áramkörben folyó áram csúcsértéke:
$I_p = \frac{U_p}{X_C} = \frac{3{,}53\,V}{1{,}6\,k\Omega} = 2{,}21 \cdot 10^{-3}\ A = 2{,}21\,mA$.

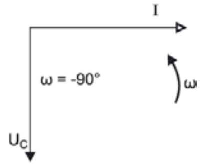
b) A kondenzátor reaktanciáján eső feszültség 90°-kal később éri el a maximális (és a nulla) értéket, mint a körben folyó áram. A kiindulási feltétel szerint a feszültség szinuszosan változik, a kör árama siet 90°-kal, ezért cosinus függvény szerint írjuk fel az időfüggvényét:
$i = I_p \cdot \cos \omega \cdot t = 2{,}21 \cdot \cos \omega t\ mA$.

c) Rajzoljuk fel a feszültség és az áramerősség idő szerinti változását, valamint az áramkörre jellemző vektorábrát!

A periódusidő:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10^4\ Hz} = 0{,}1\ ms = 100\ \mu s$$





7.) Számítsuk ki, mekkora a hatásos teljesítménye az L = 0,5 H és R = 200 Ω elemekből álló soros körnek, ha f = 200 Hz frekvenciájú és U = 24 V feszültségű generátorra kapcsoljuk!

Megoldás:

L = 0,5 H
R = 200 Ω
f = 200 Hz
U = 24 V
P = ?

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 200 \cdot 0{,}5 = 628{,}3\,\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{200^2 + 328{,}3^2} = 659{,}4\,\Omega$$

$\cos\varphi = \frac{R}{Z}$ (soros RL impedancia vektorábra; link 6.8.1)

$$\cos\varphi = 0{,}303$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{24}{659{,}4} = 0{,}0364\ A$$

$$\underline{\underline{P}} = U \cdot I \cdot \cos\varphi = 24 \cdot 0{,}0364 \cdot 0{,}303 = \underline{\underline{0{,}26\,W}}$$

8.) Számítsuk ki egy 450 VA látszólagos teljesítményű motornak a hatásos és meddő áramát! A motort 42 V feszültségű és 50 Hz frekvenciájú hálózatról működtetjük, a teljesítménytényezője cosφ = 0,6.

Megoldás:

S = 450 VA
U = 42 V
f = 50 Hz
cosφ = 0,6
I_h = ?
I_m = ?

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} \rightarrow P = S \cdot \cos\varphi = 450 \cdot 0{,}6 = 270\,W$$

$$P = U \cdot I_h \rightarrow \underline{\underline{I_h}} = \frac{P}{U} = \frac{270}{42} = \underline{\underline{6{,}43\ A}}$$

A fogyasztó áram vektorábrája (link 6.7 fejezet, TKIII. 66. ábra)

$$\cos\varphi = 0{,}6 \to \varphi = 53{,}13°$$

$$tg\varphi = \frac{I_m}{I_h} \to \underline{\underline{I_m}} = I_h \cdot tg\varphi = 6{,}43 \cdot 1{,}34 = \underline{\underline{8{,}62\ A}}$$

9.) Számítsuk ki, mekkora annak a berendezésnek a hatásos teljesítménye, amely a 230 V-os hálózatból 12 A áramot vesz fel! A berendezés hatásfoka η = 85 %, a teljesítménytényezője cosφ = 0,6.

Megoldás:
U = 230 V
I = 12 A
η = 85 %
cosφ = 0,6
P = ?

$$S = U \cdot I = 230 \cdot 12 = 2760\,VA$$

$P_{fel} = S \cdot \cos\varphi = 2760 \cdot 0{,}6 = 1656\,W$ (a hálózatból felvett teljesítmény)

$\underline{\underline{P_{le}}} = P_{fel} \cdot \eta = \underline{\underline{1407{,}6\,W}}$ (a berendezés által leadott teljesítmény)

10.) Egy egyfázisú motor 20 A áramot vesz fel a 230 V-os hálózatból. Számítsuk ki a teljesítménytényezőjét, ha 80%-os hatásfok mellett 2640 W hatásos teljesítményt fejt ki!

Megoldás:
I = 20 A
U = 230 V
η = 80 %
P_{le} = 2640 W
cosφ = ?

$$S = U \cdot I = 230 \cdot 20 = 4600\,VA$$

$$P_{fel} = \frac{P_{le}}{\eta} = \frac{2640}{0{,}8} = 3300\,W$$

$$\underline{\underline{\cos\varphi}} = \frac{P_{fel}}{S} = \frac{3300\,W}{4600\,VA} = \underline{\underline{0{,}72}}$$

11.) Számítsuk ki, mekkora kapacitású kondenzátorral tudjuk kompenzálni a 230 V, 50 Hz-es hálózatról működő, 6 A áramfelvételű induktív fogyasztó fázistolását, ha a berendezés teljesítménytényezője cosφ = 0,84!

Megoldás:
U = 230 V
f = 50 Hz
I = 6 A
cosφ = 0,84

C = ?

A fogyasztó áram vektorábra (link ugyanaz mint a 12/4-ben)

$$\cos\varphi = 0{,}6 \rightarrow \varphi = 32{,}86°$$

$$\sin\varphi = \frac{I_m}{I} \rightarrow I_m = I \cdot \sin\varphi = 6 \cdot 0{,}5426 = 3{,}255\ A$$

Olyan értékű kondenzátort kell alkalmazni, amelyen ugyanakkora áram folyik keresztül, mint a tekercs gerjesztő árama (I_m).

$$X_C = \frac{U}{I_m} = \frac{230}{3{,}255} = 70{,}66\,\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \rightarrow \underline{\underline{C}} = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 70{,}66} = 0{,}000045 = \underline{\underline{45\ \mu F}}$$

12.) Egy soros kapcsolás 540 Ω-os ellenállásból és 95 mH induktivitású tekercsből áll. Mekkora az áramkörben folyó áram effektív értéke, és mekkora az ellenálláson ill. az induktivitáson eső feszültség, ha a soros R-L kapcsolásra 21,2 V amplitúdójú, 1 kHz frekvenciájú feszültséget kapcsolunk? Számítsuk ki a feszültség és az áram közötti fáziseltérést!

Megoldás:

R = 540 Ω

L = 95 mH

U_0 = 21,2 V

<u>f = 1 kHz</u>

I = ?; U_R = ?; U_L = ?; φ = ?

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 10^3 \cdot 95 \cdot 10^{-3} = 596{,}9\,\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{540^2 + 596{,}9^2} = 804{,}9\,\Omega$$

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 15\,V$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{15}{804{,}9} = 18{,}7\ mA$$

$$U_R = I \cdot R = 0{,}0187 \cdot 540 = 10{,}1\,V$$

$$U_L = I \cdot X_L = 0{,}0187 \cdot 596{,}9 = 11{,}1\,V$$

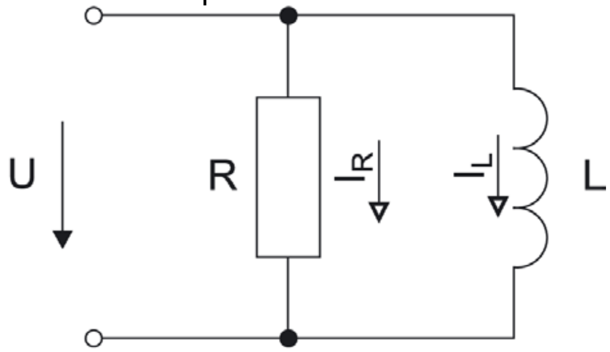
$$tg\varphi = \frac{X_L}{R} = \frac{596{,}9}{540} = 1{,}1053 \rightarrow \varphi = 47{,}8°$$

13.) Számítsuk ki, mekkora ohmos ellenállás kell bekötnünk az L = 100 μH induktivitású soros körbe, hogy az áramkör határfrekvenciája 30 kHz legyen!

Megoldás:
L = 100 μH
F_h = 30 kHz
R = ?

$$f_h = \frac{R}{2\pi L} \rightarrow R = 2\pi L \cdot f_h = 2\pi \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 10^3 = 18{,}84\,\Omega$$

14.) Kapcsoljunk párhuzamosan egy 10 mH induktivitású tekercset és egy 300 Ω értékű ellenállást. Az áramkört tápláló generátor frekvenciája 1200 Hz és 5 V feszültség esik a párhuzamosan kapcsolt R-L áramkörön.



Számítsuk ki az ágáramokat és az eredő áramerősséget!
Határozzuk meg a feszültség – áram fázisszögét!

Megoldás:
L = 10 mH
R = 300 Ω
f = 1200 Hz
U = 5V
I_R = ?; I_L = ?; I = ?
φ = ?

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 1200 \cdot 0{,}01 = 75{,}36\,\Omega$$

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{5}{300} = 0{,}0167\,A$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{5}{75{,}36} = 0{,}066\,A$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2} = \sqrt{0{,}0167^2 + 0{,}066^2} = 0{,}068\,A$$

$$tg\varphi = \frac{R}{X_L} = \frac{300}{75{,}36} = 3{,}98 \quad \rightarrow \varphi = 75{,}8°$$

15.) Írjuk fel a párhuzamos RL-tagra kapcsolt szinuszos feszültség időfüggvényét, ha a tekercsen átfolyó áram időfüggvénye: $i = 85 \cdot \sin(3141{,}6t - 30°)\, mA$, a tekercs induktivitása 42 mH! Mekkora az RL-tagon átfolyó eredő áram csúcsértéke, ha az R ellenállás 70 Ω-os? Ellenőrizzük számításainkat áramköri szimulációval!

Megoldás:

$u = 11{,}2 \cdot \sin(3141{,}6t + 60°)\, V$;

$R = 74{,}1\, \Omega$

$I_{ecs} = 181{,}2\, mA$, mivel

$i = I_{Lcs} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_{iL}) = 85 \cdot \sin(3141{,}6t - 30°)$

$I_{Lcs} = 85\, mA$

$\omega = 3141{,}6 \frac{1}{s}$

$U_{cs} = X_L \cdot I_{Lcs} = 3141{,}6 \cdot 42 \cdot 10^{-3} \cdot 85 \cdot 10^{-3} = 11{,}2\, V$

$\varphi_u = \varphi_i + 90° = -30° + 90° = 60°$

$u - U_{cs} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_u) = 11{,}2 \cdot \sin(3141{,}6t + 60°)\, V$

$u = 11{,}2 \cdot \sin(3141{,}6t + 60°)\, V$

A feszültség 90°-kal siet az induktivitás áramához képest.

$$i_{Rcs} = \frac{U_{cs}}{R} = \frac{11{,}2}{70} = 160\, mA$$

$$i_{ecs} = \sqrt{I_{Rcs}^2 + I_{Lcs}^2} = \sqrt{160^2 + 85^2} = 181{,}2\, mA$$

16.) Egy nagy vasmagos tekercsen, 50 hertzes hálózatban: U = 80 V, I = 2 A, P = 8 W. Mekkora a tekercs induktivitása és veszteségi ellenállása?

Megoldás:

$$S = U \cdot I = 80 \cdot 2 = 160\, VA; \quad Z = \frac{U}{I} = 40\, \Omega$$

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{8}{160} = 0{,}05; \quad \varphi = 87{,}1°; \quad \sin\varphi = 0{,}998;$$

$$X_L = Z \cdot \sin\varphi = \frac{U}{I} \cdot \sin\varphi = 40 \cdot 0{,}998 \approx 40\, \Omega;$$

$$r_v = Z \cdot \cos\varphi = 40 \cdot 0{,}05 = 2\, \Omega;$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{40}{2\pi \cdot 50} \approx 0{,}127\, H.$$

Más úton:

$$P = P_v = I^2 \cdot r_v; \quad r_v = \frac{P}{I^2} = \frac{8}{4} = 2\, \Omega;$$

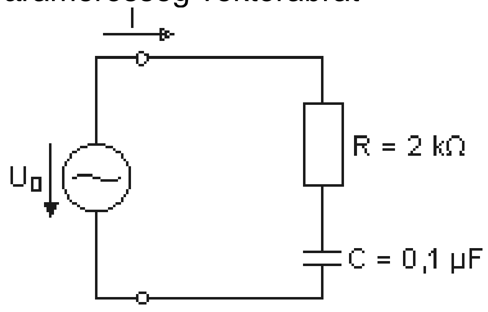
$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{X_L^2 + r_v^2}; \quad X_L = \sqrt{\left(\frac{U}{I}\right)^2 - r_v^2} = \sqrt{40^2 - 4} \approx 40\, \Omega$$

17.) Az ábrán látható áramkört 12 V, 400 Hz frekvenciájú feszültséggel tápláljuk. Számítsuk ki, mekkora:

- az áramkör eredő impedanciája,
- az ohmos és kapacitív tagon eső feszültség,
- az eredő feszültség,
- az áramkör fázisszöge!

Rajzoljuk meg:

- az eredő feszültség és az áramerősség időfüggvényét,
- a feszültség – áramerősség vektorábrát



Megoldás:

Az áramkör eredő impedanciája: $Z=\sqrt{R^2+X_C^2}$

Határozzuk meg a kapacitív reaktanciát!

$$X_C=\frac{1}{\omega\cdot C}=\frac{1}{2\pi\cdot f\cdot C}=\frac{1}{6{,}28\cdot 4\cdot 10^2\cdot 10^{-7}}=\frac{1}{25{,}1\cdot 10^{-5}}=3980\,\Omega\,.$$

Számítsuk ki az eredő impedanciát!

$$Z=\sqrt{R^2+X_C^2}=\sqrt{(2\cdot 10^3)^2+(3980)^2}=\sqrt{22{,}4\cdot 10^6}=4454\,\Omega$$

A részfeszültségek kiszámításához ismerni kell a körben folyó áramot:

$$I=\frac{U}{Z}=\frac{12\,V}{4454\,\Omega}=2{,}69\cdot 10^{-3}\ A=2{,}69\,mA\,.$$

Az ohmos tagon eső feszültség: $U_R=I\cdot R=2{,}69\cdot 10^{-3}\ A\cdot 2\cdot 10^3\ \Omega=5{,}38\,V$

A kapacitív tagon eső feszültség:

$$U_C=I\cdot X_C=2{,}69\cdot 10^{-3}\ A\cdot 3{,}98\cdot 10^3\ \Omega=10{,}7\,V\,.$$

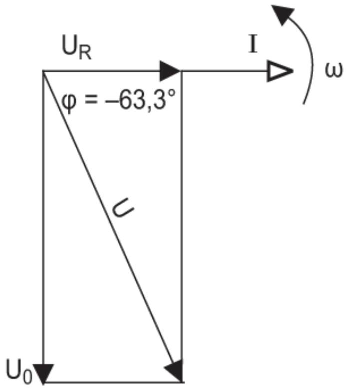
Az eredő feszültség:

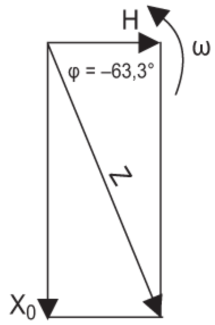
$$U_e=\sqrt{U_R^2+U_C^2}=\sqrt{5{,}38^2+10{,}7^2}=\sqrt{28{,}9+114{,}5}=11{,}97\,V\,.$$

Az eredő feszültség tulajdonképpen a generátor feszültsége. A 0,03 V eltérés a számolási elhanyagolások következménye.

A fázisszög az áramkör feszültség és áramerősség forgásvektorainak egymáshoz viszonyított helyzetét adja meg.

Rajzoljuk meg a vektorábrákat, számítsuk ki az áramkör fázisszögét!



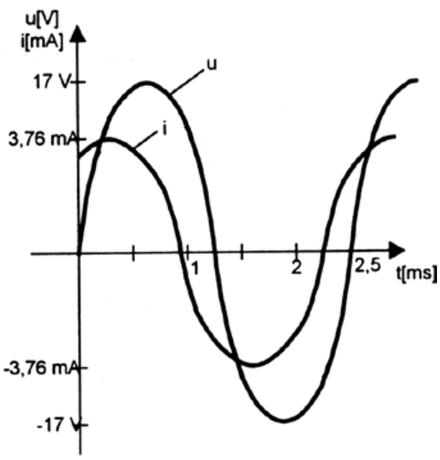


A fázisszög: $tg\varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{\frac{1}{\omega \cdot C}}{R} = \frac{1}{\omega \cdot C \cdot R}$,

behelyettesítve: $tg\varphi = \frac{1}{2 \cdot 10^3 \cdot 6{,}28 \cdot 4 \cdot 10^2 \cdot 10^{-7}} = \frac{10^2}{50{,}24} = 1{,}99$,

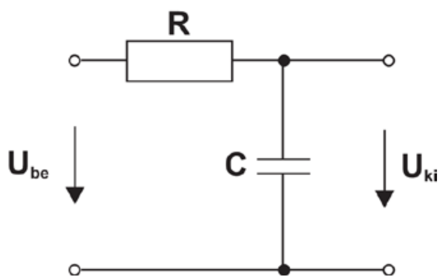
ebből $\varphi = arc\, tg 1{,}99 = 63{,}3°$.

Időfüggvények:



18.) Számítsuk ki, mekkora az ábrán látható négypólus határfrekvenciája és az ezen a frekvencián mérhető kimeneti feszültsége! Számítsuk ki, mekkora frekvencián lesz az áramkör kimeneti feszültsége $\frac{U_{be}}{\sqrt{2}}$, ha a kimenetével párhuzamosan kötünk egy 50 nF kapacitású kondenzátort!

Adatok:
Ube = 10 V
R = 600 Ω
C = 100 nF



Megoldás:

$$f_h = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 600 \cdot 10^{-7}} = 2654\ Hz$$

$$U_{ki} = U_{be} \cdot \frac{X_C}{\sqrt{X_C^2 + R^2}}$$

Mivel határfrekvencián X_C = R $U_{ki} = U_{be} \cdot \frac{R}{R \cdot \sqrt{2}} = U_{be} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 7{,}07\,V$

Ha a 100 nF kondenzátorral párhuzamosan kapcsolunk még egy 50 nF-os kondenzátort, az eredő kapacitásuk 150 nF lesz. (C_e)

$$f_h = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C_e} = \frac{1}{2\pi \cdot 600 \cdot 150 \cdot 10^{-9}} = 1769\ Hz$$

19.) Egy 85 Ω-os ellenállással 500 nF kapacitású kondenzátor van párhuzamosan kötve. A kondenzátoron 5 kHz frekvenciájú, 540 mA effektív értékű áram folyik. Mekkora az ellenálláson folyó áram? Mekkora a két áram közötti fáziskülönbség és az eredő impedancia? Ellenőrizzük az áramkörben folyó eredő áramot a feszültség és impedancia, valamint az áramháromszög felhasználásával!

Megoldás:
R = 85 Ω
C = 500 nF
f = 5 kHz
<u>I_C = 540 mA</u>
I_R = ?; Z = ?; φ = ?

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 5000 \cdot 500 \cdot 10^{-9}} = 63{,}69\,\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 \times X_C^2} = \sqrt{85^2 \times 63{,}69^2} = 51\,\Omega$$

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{34{,}4}{85} = 0{,}4\ A \qquad U = I_C \cdot X_C = 540 \cdot 10^{-3} \cdot 63{,}69 = 34{,}4\,V$$

$$tg\varphi = \frac{R}{X_C} = \frac{85}{63{,}69} \rightarrow \varphi = -53{,}2°$$

20.) Egy kondenzátor kapacitása 0,72 μF. A vele párhuzamosan kapcsolt fogyasztó ellenállása 57 Ω. Mekkora áram folyik az áramkör két ágában, ha a kétpólus kapcsain 24 V amplitúdójú, 16 kHz frekvenciájú szinuszos feszültség mérhető? Mekkora az eredő áram és mekkora a fázisszöge?

Megoldás:
C = 0,72 μF
R = 57 Ω
U_0 = 24 V
<u>f = 16 kHz</u>
IC = ?; IR = ?; I = ?; φ = ?

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = 17\,V$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 16 \cdot 10^3 \cdot 0{,}72 \cdot 10^{-6}} = 13{,}8\,\Omega$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{17}{13{,}8} = 1{,}23\ A$$

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{17}{57} = 0{,}3\ A$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{0{,}3^2 + 1{,}23^2} = 1{,}27\ A$$

$$tg\varphi = \frac{R}{X_C} = \frac{57}{13{,}8} \rightarrow \varphi = -76{,}4°$$

21.) Egy kondenzátor veszteségi ellenállás 3,7 Ω, kapacitása 3 μF. Mekkora frekvencián mértünk 60-as jósági tényezőt? Mekkora a kondenzátor eredő impedanciája, fázisszöge és veszteségi tényezője ezen a frekvencián?

Megoldás:

$f = 239\ Hz;$

$Z = 222\,\Omega;$

$\varphi = 89°;$

$tg\delta = 0{,}0166,$

mivel

$$Q = \frac{X_C}{r_v};$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = Q \cdot r_v;$$

$$f = \frac{1}{2\pi \cdot C \cdot Q \cdot r_v} = \frac{1}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 60 \cdot 3{,}7} = 239\ Hz;$$

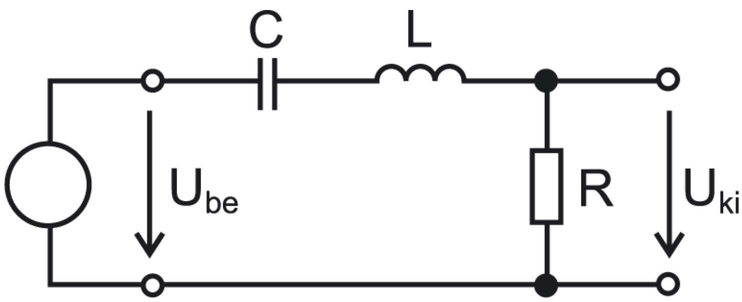
$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 239 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} = 221{,}97 \cong 222\,\Omega;$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{3{,}7^2 + 222^2} = 222{,}03 \cong 222\,\Omega;$$

$$\varphi = arctg\,\frac{X_C}{r_v} = arctg\,\frac{222}{3{,}7} = 89°;$$

$$tg\delta = \frac{1}{tg\varphi} = \frac{1}{Q} = \frac{1}{60} = 0{,}0166.$$

22.)



Adatok

U_{be} = 5 V

f = 10 kHz

X_C = 1,6 kΩ

R = 800 Ω

X_L = 1 kΩ

Feladatok

a) Határozza meg a generátort terhelő impedanciát és áramot (Z, I)!

b) Határozza meg a reaktaniák és az ohmos ellenállás feszültségét (U_C, U_L, U_R)!

c) Készítsen vektorábrát! Az ábrának minden feszültséget és áramot tartalmaznia kell!

d) Határozza meg a bemeneti (U_{be}) és a kimeneti (U_{ki}) feszültség közötti fázisszöget (φ)!

e) Határozza meg a kapacitás és az induktivitás értékét (C, L)!

Megoldás:

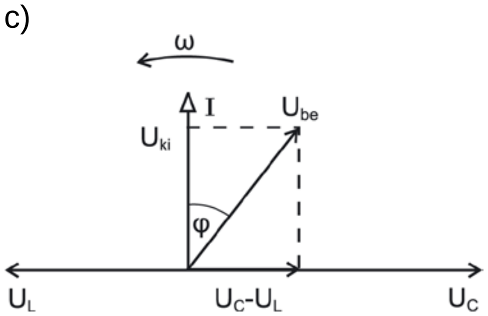
a) $$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} = \sqrt{(0{,}8\,k\Omega)^2 + (1{,}6\,k\Omega - 1\,k\Omega)^2} = \underline{\underline{1\,k\Omega}}$$

$$I = \frac{U_{be}}{Z} = \frac{5\,V}{1\,k\Omega} = \underline{\underline{5\,mA}}$$

b) $$U_C = I \cdot X_C = 5\,mA \cdot 1{,}6\,k\Omega = \underline{\underline{8\,V}} \quad U_L = I \cdot X_L = 5\,mA \cdot 1\,k\Omega = \underline{\underline{5\,V}}$$

$$U_R = I \cdot R = 5\,mA \cdot 0{,}8\,k\Omega = \underline{\underline{4\,V}}$$

c)

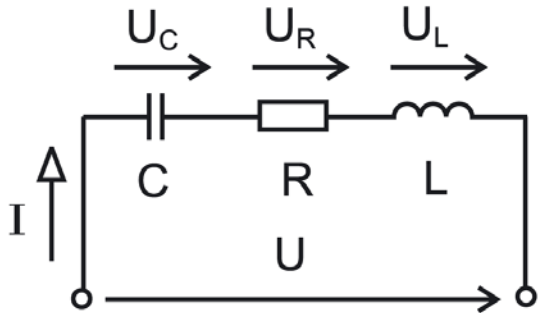


d) $$\cos\varphi = \frac{U_{ki}}{U_{be}} = \frac{4\,V}{5\,V} = 0{,}8 \Rightarrow \varphi = \underline{\underline{36{,}9°}}$$

e) $$C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 10^4\ Hz \cdot 1{,}6 \cdot 10^3\ \Omega} = \underline{\underline{9{,}95\,nF}}$$

f) $$L = \frac{X_L}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{10^3\ \Omega}{2 \cdot \pi \cdot 10^4\ Hz} = \underline{\underline{15{,}9\,mH}}$$

23.)
Adatok:
L = 200 mH
C = 120 nF
R = 500 Ω
U = 4 V
f = 800 Hz



Feladatok:
a) Határozza meg az RLC kör impedanciáját (Z) és áramfelvételét (I)!
b) Határozza meg UL, UC és UR értékét a megadott frekvencián!
c) Készítsen vektorábrát! A vektorábrának tartalmaznia kell I, U_R, U_L és U_C értékét.
d) Határozza meg a tápfeszültség (U) és a tápáram (I) közötti fázisszög (φ) abszolút értékét!

Megoldás:

a) $$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 10^2\ Hz \cdot 0{,}2\ H = 1{,}01\ k\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 8 \cdot 10^2\ Hz \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-7}\ F} = 1{,}66\ k\Omega$$

$$Z = \sqrt{(X_C - X_L)^2 + R^2} = \sqrt{(1{,}66\ k\Omega - 1{,}01\ k\Omega)^2 + (0{,}5\ k\Omega)^2} = 0{,}82\ k\Omega$$

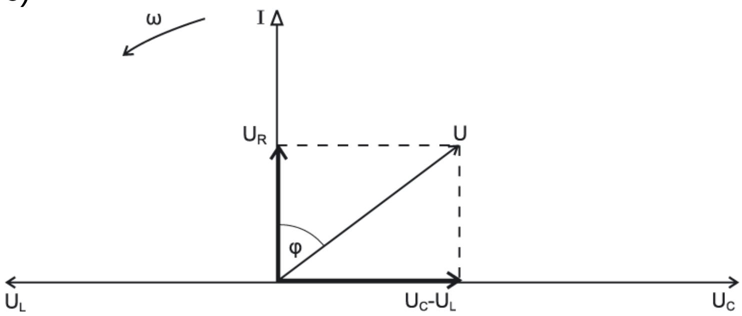
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{4\,V}{0{,}82\ k\Omega} = 4{,}88\ mA$$

b) $$U_L = I \cdot X_L = 4{,}88\ mA \cdot 1{,}01\ k\Omega = 4{,}93\,V$$

$$U_C = I \cdot X_C = 4{,}88\ mA \cdot 1{,}66\ k\Omega = 8{,}1\,V$$

$$U_R = I \cdot R = 4{,}88\ mA \cdot 0{,}5\ k\Omega = 2{,}44\,V$$

c)



d) $$tg\varphi = \frac{U_C - U_L}{U_R} = \frac{8{,}1\,V - 4{,}93\,V}{2{,}44\,V} = 1{,}3 \qquad \varphi = \underline{\underline{52{,}4°}}$$

24.)
Egy rezgőkör adatai:
Q_0 = 100
f_0 = 10000 Hz
C = 20 nF
a) Mekkora a kapcsolás tekercsének önindukciós tényezője?
b) Mekkora soros kapcsolás esetében a veszteségi ellenállás?
c) Mekkora a kapcsolás sávszélessége? (a két határfrekvencia különbsége)
d) Ha a soros kapcsolásra 2V-os, rezonancia frekvenciájú feszültséget kapcsolunk, mekkora feszültséget mérhetünk a kondenzátoron?

Megoldás:

a) $$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad L = 12{,}6\, mH$$

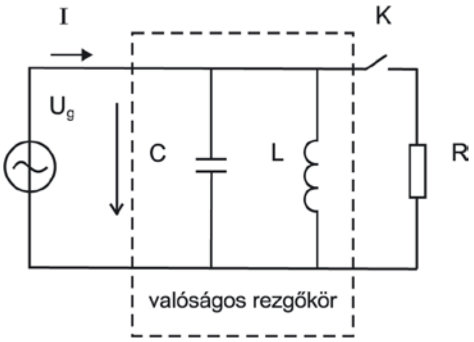
b) $$Q_0 = \frac{1}{r_s}\sqrt{\frac{L}{C}} \quad r_s = 7{,}93\,\Omega$$

c) $$B = \frac{f_0}{Q_0} = 100\, Hz$$

d) $$I = \frac{U_g}{r_s} = 0{,}25\, A \quad U_e = I \cdot X_e = 199{,}04\, V$$

$$(U_e = Q \cdot U_g = 200\, V)$$

25.)



Adatok:
L = 10 mH
Q_L = 200
C= 20 nF
$tg\delta_C \approx 0$
U_g = 5V

Feladatok:

a) Határozza meg a rezgőkör rezonancia frekvenciáját (f_0)!
b) Határozza meg a rezgőkör eredő párhuzamos veszteségi ellenállását (R_p)!
c) Határozza meg a rezgőkör sávszélességét (B)!
d) Határozza meg az R értékét, hogy a kapcsoló zárásával duplájára növekedjen a sávszélesség ($B^* = 2B$)!
e) Határozza meg a rezonanciafrekvencián a generátort terhelő áramot a kapcsoló nyitott állapotában (I) és a kapcsoló zárt állapotában (I^*)!

Megoldás:

a) $$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{10mH \cdot 20nF}} = \underline{\underline{11{,}26\, kHz}}$$

b) $$Q_0 = Q_L = \frac{R_p}{\omega_0 \cdot L} \quad \Rightarrow R_p = Q_L \cdot \omega_0 \cdot L = 200 \cdot 2\pi \cdot 11{,}26\, kHz \cdot 10\, mH \approx \underline{\underline{142\, k\Omega}}$$

c) $$B = \frac{f_0}{Q_0} = \frac{11{,}26\, kHz}{200} = \underline{\underline{56{,}3\, Hz}}$$

d) $$B^* = 2B = 2 \cdot 56{,}3\, Hz = \underline{112{,}6\, Hz}$$

$$Q_0^* = \frac{f_0}{B^*} = \frac{11{,}26\, kHz}{112{,}6\, Hz} = \underline{100}$$

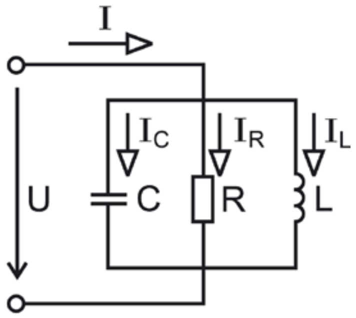
$$Q_0^* = \frac{R_p^*}{\omega_0 \cdot L} \quad \Rightarrow R_p^* = 100 \cdot 2\pi \cdot 10\, mH = \underline{71\, k\Omega}$$

$$R_p^* = R_p \times R = \frac{R_p \cdot R}{R_p + R} \quad \Rightarrow R = \frac{R_p^* \cdot R_p}{R_p - R_p^*} = \frac{71\,k\Omega \cdot 142\,k\Omega}{142\,k\Omega - 71\,k\Omega} = \underline{\underline{142\,k\Omega}}$$

e) $$I = \frac{U_g}{R_p} = \frac{5\,V}{142\,k\Omega} = \underline{\underline{35{,}2\,\mu A}}$$

$$I^* = \frac{U_g}{R_p^*} = \frac{5\,V}{71\,k\Omega} = \underline{\underline{70{,}4\,\mu A}}$$

26.)
Adatok
f_0 = 1 MHz
L = 150 μH
R = 80 kΩ
U = 400 mV



Feladatok:
a) Határozza meg a rezgőköri kondenzátor kapacitását (C)!
b) Határozza meg a rezgőkör jósági tényezőjét (Q) és sávszélességét (B)!
c) Határozza meg I, I_L, I_R és I_C értékét rezonanciafrekvencián!
d) Mekkora külső ellenállást (R_p) kell a fenti rezgőkörrel párhuzamosan kapcsolni, hogy a sávszélesssége 20 kHz-re növekedjen?

Megoldás:

a) $$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$$

$$C = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_0^2 \cdot L} = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot (10^6\ Hz^2) \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ H} = \underline{\underline{168{,}9\ pF}}$$

b) $$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot 10^6\ Hz \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-4}\ H = 942{,}5\,\Omega$$

$$Q = \frac{R}{X_L} = \frac{80\,k\Omega}{0{,}9425\,k\Omega} = \underline{\underline{84{,}9}} \qquad B = \frac{f_0}{Q} = \frac{1000\,kHz}{84{,}9} = \underline{\underline{11{,}8\,kHz}}$$

c) $$I_R = \frac{U}{R} = \frac{400\,mV}{80\,k\Omega} = \underline{\underline{5\,\mu A}} \qquad I = I_R = \underline{\underline{5\,\mu A}}$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{400\,mV}{0{,}9425\,k\Omega} = \underline{\underline{424{,}4\,\mu A}} \qquad I_C = I_L = \underline{\underline{424{,}4\,\mu A}}$$

d) $$Q' = \frac{f_0}{B'} = \frac{1000\,kHz}{20\,kHz} = 50 \qquad R' = Q' \cdot X_L = 50 \cdot 0{,}9425\,k\Omega = 47{,}1\,k\Omega$$

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_p} \quad \Rightarrow R_p = \frac{R \cdot R'}{R - R'} = \frac{80\,k\Omega \cdot 47{,}1\,k\Omega}{80\,k\Omega - 47{,}1\,k\Omega} = \underline{\underline{114{,}5\,k\Omega}}$$