

Feladattár

1. Transzponáljuk a következő mátrixot:

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 9 \\ 6 & 7 & 5 \\ 5 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

2. Transzponáljuk a következő mátrixot:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 9 & 12 \\ 7 & 15 & 29 \end{pmatrix}$$

Képezzük a két mátrix összegét és különbségét:

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad M = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad \text{Számítsuk ki az } r \cdot A \text{ mátrixot: } r = 5 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 1 \\ 5 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$6. \quad \text{Számítsuk ki a } Z = 2 \cdot A + 3 \cdot B \text{ mátrix elemeit, ha } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$7. \quad \text{Adjuk össze, majd szorozzuk össze az alábbi két mátrixot: } M_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \quad M_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Szorozzuk össze az alábbi mátrixokat:

$$8. \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 4 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 5 \\ 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$11. A = (1 \ 2 \ -1) \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & -5 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Végezzük el az $A \cdot B$ és a $B \cdot A$ mátrixszorzást:

$$12. A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$13. A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Hajtsuk végre az alábbi mátrixműveleteket:

$$14. (-1 \ 2 \ 7) + (1 \ 0 \ 2) \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$15. (7 \ 8 \ -4) + (0 \ 2 \ -1) \cdot \begin{pmatrix} 7 & -6 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

Számítsuk ki az alábbi mátrixokat:

$$16. \frac{1}{2} \cdot (E + A) \cdot A \quad \text{ahol} \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -6 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

$$17. (A - E) \cdot (A + E) \quad \text{ahol} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$18. (A^2 - E) \quad \text{ahol} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 5 & 6 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Legyen } A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 7 \\ -1 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \text{ Végezzük el az alábbi műveleteket:}$$

19. $2E+A \cdot B$

20. $2E-B \cdot A$

21. $B \cdot A + E$

22. $A \cdot B - E$

23. Határozzuk meg az X mátrixot a $2A+X=E$ egyenletből, ha $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Számítsuk ki a következő determinánsok értékét:

24. $\begin{vmatrix} 3 & 9 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$

25. $\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 9 & 3 \end{vmatrix}$

26. Határozzuk meg z értékét, ha $z = \det(2A^T - B^2)$ és $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

Számítsuk ki az A mátrix determinánsát:

27. $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 6 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

28. $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Írjuk fel az alábbi egyenletrendszereket mátrixalakban!

29.
$$\begin{aligned} x - y + 3z &= 4 \\ 8x - 2y - 9z &= 3 \\ x + 13z &= 5 \end{aligned}$$

30.
$$\begin{aligned} x + 2y &= 5 \\ x - 2y &= 5 \end{aligned}$$

Oldjuk meg a következő egyenletrendszereket Gauss-módszerrel!

31.
$$\begin{aligned} 4x - y &= 7 \\ 2x + 3y &= 21 \end{aligned}$$

$$32. \quad \begin{aligned} 2x + 3y &= 15,5 \\ x - 14y &= 0 \end{aligned}$$

$$33. \quad \begin{aligned} 3x + 2y &= 7 \\ 6x + 4y &= 14 \end{aligned}$$

$$34. \quad \begin{aligned} x - 14y &= 0 \\ x - 14y &= 7 \end{aligned}$$

Oldjuk meg a következő egyenletrendszereket!

$$35. \quad \begin{aligned} x + y &= 1 \\ x - 2y &= 1 \end{aligned}$$

$$36. \quad \begin{aligned} x + y &= 5 \\ 2x - 3y &= 7 \end{aligned}$$

$$37. \quad \begin{aligned} 3x - y &= 2 \\ 5x + 3y &= 22 \end{aligned}$$

$$38. \quad \begin{aligned} 3x + 2y &= 7 \\ 4x - 5y &= 40 \end{aligned}$$

$$39. \quad \begin{aligned} 5x + 2y &= 4 \\ 7x + 4y &= 8 \end{aligned}$$

$$40. \quad \begin{aligned} -4x + 6y &= 3 \\ 7x + 3y &= 15 \end{aligned}$$

$$41. \quad \begin{aligned} 2x - 7y &= 1 \\ 6x + 3y &= 11 \end{aligned}$$

$$42. \quad \begin{aligned} 3x - 2y &= 1 \\ 8x - 7y &= 2 \end{aligned}$$

$$43. \quad \begin{aligned} x + 2y &= -3 \\ -2x + y &= -4 \\ 3x - y &= 5 \end{aligned}$$

$$44. \quad \begin{aligned} 5x + 3y + 4z &= 0 \\ 6x + 5y + 6z &= 0 \end{aligned}$$

$$45. \quad \begin{aligned} 4x - 6y + 5z &= 0 \\ 6x - 9y + 10z &= 0 \end{aligned}$$

$$46. \begin{cases} 2x - 5y + 2z = 0 \\ x + 4y - 3z = 0 \end{cases}$$

$$47. \begin{cases} 2x - y + 3z = 0 \\ x + 3y - 4z = 0 \end{cases}$$

Keressük meg a következő 4x4-es egyenletrendszerek megoldásait!

$$48. \begin{cases} 2x_1 - x_2 - 6x_3 + 3x_4 = -1 \\ 7x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 15x_4 = -32 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 6x_4 = -8 \end{cases}$$

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket!

$$49. \begin{cases} 2x - y + z - 2 = 0 \\ 3x + 2y + 2z + 2 = 0 \\ x - 2y + z - 1 = 0 \end{cases}$$

$$50. \begin{cases} 2x - y + 3z - 9 = 0 \\ 3x - 5y + z + 4 = 0 \\ 4x - 7y + z - 5 = 0 \end{cases}$$

$$51. \begin{cases} 2x + 5y - 8z = 8 \\ 4x + 3y - 9z = 9 \\ 2x + 3y - 5z = 7 \\ x + 8y - 7z = 12 \end{cases}$$

$$52. \begin{cases} 8x - 5y - 6z + 3t = 0 \\ 4x - y - 3z + 2t = 0 \\ 12x - 7y - 9z + 5t = 0 \end{cases}$$

Képezzük a következő mátrixok inverzét!

$$53. \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$54. \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$55. \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$56. \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$57. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$58. \begin{pmatrix} 5 & -6 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Mi lesz az $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = B$ (B adott) egyenletrendszer megoldása, ha az A mátrix inverze ismert?

$$59. A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$60. A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$61. A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Határozzuk meg az alábbi egyenletrendszerek megoldásait Cramer-szabállyal!

$$x - 2y + z = 1$$

$$62. \quad 3x + 2y + 2z = -2$$

$$2x - y + z = 2$$

$$2x - y + 3z = 6$$

$$63. \quad x + 3y = 5$$

$$3x + 4y + 2z = 12$$

$$5x + 2y - 2z = 11$$

$$64. \quad 2x + 4y - 3z = -4$$

$$x + 3y = -9$$

$$\begin{aligned} 3x + 6y + z &= -7 \\ 65. \quad 2y + 4z &= 20 \\ 4x + 5y + 3z &= -1 \end{aligned}$$

Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket tetszőleges módszerrel!

$$\begin{aligned} 2x - 4y + 6z &= 4 \\ 66. \quad 3x - y - 4z &= -2 \\ 4x + y - 3z &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - 2y + z &= 1 \\ 67. \quad 3x + 2y + 2z &= -2 \\ 2x - y + z &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x - y + 3z &= 4 \\ 68. \quad 8x - 2y - 9z &= 3 \\ x + 13z &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7x + 2y - z &= 4 \\ 69. \quad x + y &= -1 \\ 3x + 2y - 2z &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x + 2y - 2z &= 11 \\ 70. \quad 2x + 4y - 3z &= -4 \\ x + 3y &= -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x + 6y + z &= -7 \\ 71. \quad 2y + 4z &= 20 \\ 4x + 5y + 3z &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= -1 \\ 72. \quad 3x + y + 2z &= 7 \\ -3x - y + 3z &= 23 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x - 3y + z &= -15 \\ 73. \quad x + 2y - 3z &= 17 \\ 2x + y + 2z &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= 1 \\ 74. \quad x + 3y + 2z &= 1 \\ 3x + 2y + z &= -2 \end{aligned}$$

$$2x - 3y + z = -1$$

75. $x + y + 3z = 12$

$$3x + 4y - 2z = 5$$

$$2x - y + 3z = 6$$

76. $x + 3y - z = -3$

$$3x + y + 2z = 4$$

$$x - y + z = -3$$

77. $2x + y + 2z = 1$

$$3x + y - 2z = 4$$

78. Létezik-e nem triviális megoldása a következő egyenletrendszernek?

$$a + b + c + d + e = 0$$

$$a + b + c + d = 0$$

$$a + b + c = 0$$

$$a + b = 0$$

$$a = 0$$