

1.9. Feladatok megoldásai

1. feladat: Mennyivel változik meg a mágneses térerősség, az indukció és a mágneses fluxus, ha egy 12 mm belső átmérőjű, 1200 menetből álló, 75 mm hosszú tekercsbe vasmagot helyezünk, amelynek relatív permeabilitása 5000? A B mágneses indukció 0,5 T, a tekercs árama 5 mA.

Megoldás:

$$\Delta H = 0;$$

$$\Delta B = 0,5 T;$$

$$\Delta \Phi = 5,7 \cdot 10^{-5} \text{ Wb},$$

mivel

$$\Theta = N \cdot I = 1200 \cdot 0,005 = 6 \text{ A};$$

$$H = \frac{\Theta}{l} = \frac{6}{0,075} = 80 \frac{\text{A}}{\text{m}};$$

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{\pi \cdot (1,2 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 1,13 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$

$$B = \mu_0 \cdot H = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80 = 10^{-4} \text{ T};$$

$$B' = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = \mu_r \cdot B = 5000 \cdot 10^{-4} = 0,5 \text{ T};$$

$$\Phi = B \cdot A = 10^{-4} \cdot 1,13 \cdot 10^{-4} = 1,13 \cdot 10^{-8} \text{ Wb};$$

$$\Phi' = B' \cdot A = 0,5 \cdot 1,13 \cdot 10^{-4} = 5,7 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}.$$

$$\Delta B = B' - B = 0,5 - 0,001 \cong 0,5 \text{ T}$$

$$\Delta \Phi = \Phi' - \Phi = 5,7 \cdot 10^{-5} - 1,13 \cdot 10^{-8} \cong 5,7 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}.$$

2. feladat: Mekkora a mágneses térerősség két vezeték közötti felezőpontban, ha a vezetékben folyó áramok azonos irányban, és mekkora, ha ellentétes irányban folynak? Az áramerősség az egyik vezetékben 25 A, a másikban 18 A. A vezetékek közötti távolság 50 cm.

Megoldás:

$$H_a = 4,44 \frac{\text{A}}{\text{m}}; \quad H_e = 27,36 \frac{\text{A}}{\text{m}}, \text{ mivel}$$

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi \cdot r} = \frac{25}{2\pi \cdot 25} = 15,9 \frac{\text{A}}{\text{m}};$$

$$H_2 = \frac{I_2}{2\pi \cdot r} = \frac{18}{2\pi \cdot 0,25} = 11,46 \frac{\text{A}}{\text{m}};$$

$$H_{\text{azonos}} = H_1 - H_2 = 15,9 - 11,46 = 4,44 \frac{\text{A}}{\text{m}};$$

$$H_{\text{ellentétes}} = H_1 + H_2 = 15,9 + 11,46 = 27,36 \frac{\text{A}}{\text{m}}.$$

3. feladat: Mekkora a menetszáma annak a tekercsnek, amelynek az ellenállása 100Ω , és 20 V -os feszültségre kapcsolva a gerjesztése 2000 Amenet?

Megoldás:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{20}{100} = 0,2 \text{ A}$$

$$\Theta = N \cdot I \rightarrow N = \frac{\Theta}{I} = \frac{2000}{0,2} = \underline{\underline{10000 \text{ menet}}}$$

4. feladat: Mekkora a mágneses térerősség abban a légmagos, 18 cm közepes átmérőjű tekercsben, amelynek mágneses fluxusa $2 \mu\text{Wb}$? A tekercs belsejébe $\mu_r = 3000$ relatív permeabilitású vasmagot teszünk. Mekkora lesz a térerősség a tekercs belsejében?

Megoldás:

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{18^2 \cdot \pi}{4} \cong 254,47 \text{ cm}^2$$

$$\Phi = B \cdot A \rightarrow B = \frac{\Phi}{A} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{254,47 \cdot 10^{-4}} \cong 78,59 \mu\text{T}$$

$$\text{Légmagos tekercs: } H_0 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{78,59 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong \underline{\underline{62,54 \frac{\text{A}}{\text{m}}}}$$

$$\text{Vasmagos tekercs: } H_v = \frac{B}{\mu_r \cdot \mu_0} = \frac{H_0}{\mu_r} = \frac{62,54}{3 \cdot 10^3} \cong 20,85 \cdot 10^{-3} \frac{\text{A}}{\text{m}} = \underline{\underline{20,85 \frac{\text{mA}}{\text{m}}}}$$

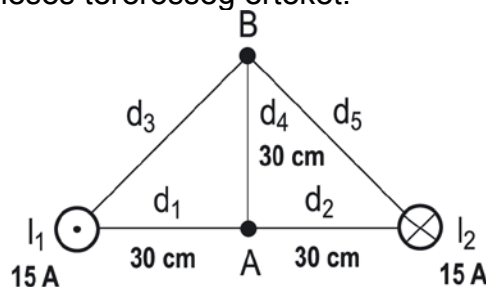
5. feladat: Mekkora a mágneses térerősség a vezető felületén és a vezető tengelyétől 3 cm távolságban, ha a vezető átmérője 1 mm , és a vezetőkben $0,75 \text{ A}$ erősségű áram folyik?

Megoldás:

$$H_1 = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{0,75}{2 \cdot \pi \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} \cong \underline{\underline{238,73 \frac{\text{A}}{\text{m}}}}$$

$$H_2 = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{0,75}{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^{-2}} = \underline{\underline{3,98 \frac{\text{A}}{\text{m}}}}$$

6. feladat: Határozza meg az alábbi ábrán látható vezeték elrendezések esetén az A és a B pontokban a mágneses térerősség értékét!



Megoldás:

$$H_{1A} = \frac{I_1}{2 \cdot \pi \cdot d_1} = \frac{15}{2 \cdot \pi \cdot 0,3} \cong 7,96 \frac{A}{m}$$

$$H_{2A} = \frac{I_2}{2 \cdot \pi \cdot d_2} = \frac{15}{2 \cdot \pi \cdot 0,3} \cong 7,96 \frac{A}{m}$$

$$H_A = H_{1A} + H_{2A} = 7,96 + 7,96 = 15,92 \frac{A}{m}$$

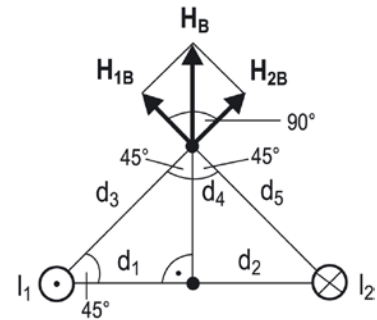
$$d_3 = \sqrt{d_1^2 + d_4^2} = \sqrt{30^2 + 30^2} \cong 42,43 \text{ cm}$$

$$H_{1B} = \frac{I_1}{2 \cdot \pi \cdot d_3} = \frac{15}{2 \cdot \pi \cdot 0,4243} \cong 5,63 \frac{A}{m}$$

$$d_5 = \sqrt{d_2^2 + d_4^2} = \sqrt{30^2 + 30^2} \cong 42,43 \text{ cm}$$

$$H_{2B} = \frac{I_2}{2 \cdot \pi \cdot d_5} = \frac{15}{2 \cdot \pi \cdot 0,4243} \cong 5,63 \frac{A}{m}$$

$$H_B = \sqrt{H_{1B}^2 + H_{2B}^2} = \sqrt{5,63^2 + 5,63^2} \cong 7,96 \frac{A}{m} \text{ (ld. ábra)}$$



7. feladat: Egy zárt vasmag keresztmetszete 9 cm^2 , relatív permeabilitása 10^4 , az erővonalak közepes hossza 100 cm . Mekkora gerjesztés hoz létre a vasban $120 \mu\text{Wb}$ fluxust?

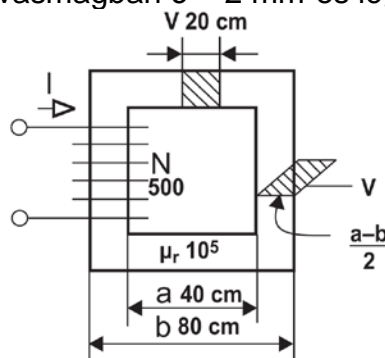
Megoldás:

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{120 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-4}} \cong 13,333 \cdot 10^{-2} \text{ T} = 133,33 \text{ mT}$$

$$H = \frac{B}{\mu_r \cdot \mu_0} = \frac{133,33 \cdot 10^{-3}}{10^4 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong 10,61 \frac{A}{m}$$

$$\Theta = H \cdot l = 10,61 \cdot 1 = 10,61 \text{ Ament}$$

8. feladat: Mekkora gerjesztő árammal tudunk $0,5 \text{ T}$ indukciót létrehozni az ábrán látható, állandó permeabilitásúnak tekinthető, négyzet alakú vasmagban? Mekkora a tekercs induktivitása? Mekkora energiát tárol ez a tekercs? Mekkora gerjesztő áramra volna szükség, ha a vasmagban $\delta = 2 \text{ mm}$ -es légrést alkalmaznánk?



Megoldás:

$$H_v = \frac{B}{\mu_r \cdot \mu_0} = \frac{0,5}{10^5 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong 3,98 \frac{A}{m}$$

$$l_k = \frac{a+b}{2} \cdot 4 = \frac{40+80}{2} \cdot 4 = 240 \text{ cm} = 2,4 \text{ m}$$

$$\Theta = H_v \cdot l_k = 3,98 \cdot 2,4 \cong 9,55 \text{ Ampermet}$$

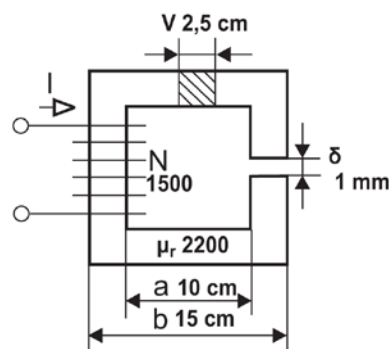
$$\Theta = N \cdot I \rightarrow I = \frac{\Theta}{N} = \frac{9,55}{500} = \underline{\underline{19,1 \text{ mA}}}$$

$$A = \frac{b-a}{2} \cdot v = \frac{80-40}{2} \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$$

$$L = N^2 \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{A}{l_k} = 500^2 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{400 \cdot 10^{-4}}{2,4} \cong \underline{\underline{523,6 \text{ H}}}$$

$$W = \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot L = \frac{1}{2} \cdot (19,1 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 523,6 \cong \underline{\underline{95,51 \text{ mJ}}}$$

9. feladat: Az ábrán látható, állandó permeabilitásúnak tekinthető, négyzet alakú vasmagra készítünk légréses tekercset. Mekkora a szükséges gerjesztő áram értéke, ha $\Phi = 625 \mu\text{Wb}$ fluxust szeretnénk előállítani?

**Megoldás:**

$$A = \frac{b-a}{2} \cdot v = \frac{15-10}{2} \cdot 2,5 = 6,25 \text{ cm}^2$$

$$\Phi = B \cdot A \rightarrow B = \frac{\Phi}{A} = \frac{625 \cdot 10^{-6}}{6,25 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ T}$$

$$H_1 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong 7,96 \cdot 10^5 \frac{A}{m}$$

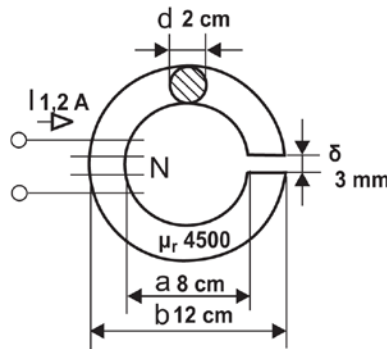
$$H_v = \frac{B}{\mu_r \cdot \mu_0} = \frac{1}{2200 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong 361,72 \frac{A}{m}$$

$$l_k = \frac{a+b}{2} \cdot 4 - \delta = \frac{10+15}{2} \cdot 4 - 0,1 = 49,9 \text{ cm}$$

$$\Theta = H_v \cdot l_k + H_1 \cdot \delta = 361,22 \cdot 0,499 + 7,96 \cdot 10^5 \cdot 10^{-3} \cong 976,5 \text{ Ampermet}$$

$$\Theta = N \cdot I \rightarrow I = \frac{\Theta}{N} = \frac{976,5}{1500} = \underline{\underline{651 \text{ mA}}}$$

10. feladat: Az ábrán látható, állandó permeabilitásúnak tekinthető, kör alakú vasmagra készítünk légréses tekercset. Mekkora a szükséges menetszám, ha $\Phi = 471 \mu\text{Wb}$ fluxust szeretnénk előállítani?



Megoldás:

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{2^2 \cdot \pi}{4} \cong 3,14 \text{ cm}^2$$

$$\Phi = B \cdot A \rightarrow B = \frac{\Phi}{A} = \frac{471 \cdot 10^{-6}}{3,14 \cdot 10^{-4}} = 1,5 \text{ T}$$

$$H_l = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1,5}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong 1,19 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

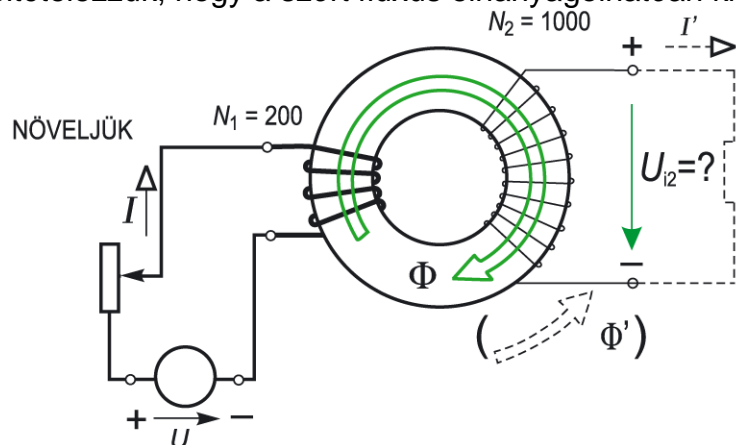
$$H_v = \frac{B}{\mu_r \cdot \mu_0} = \frac{1,5}{4500 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cong 256,26 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$l_k = \frac{a+b}{2} \cdot \pi - \delta = \frac{8+12}{2} \cdot \pi - 0,3 \cong 31,12 \text{ cm}$$

$$\Theta = H_v \cdot l_k + H_l \cdot \delta = 265,26 \cdot 0,3112 + 1,19 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cong 3652,55 \text{ Ampermet}$$

$$\Theta = N \cdot I \rightarrow N = \frac{\Theta}{I} = \frac{3652,55}{1,2} \cong \underline{\underline{3044 \text{ menet}}}$$

11. feladat: Zárt, homogén anyagú, állandó 4 cm^2 keresztmetszetű ferromágneses gyűrűre két tekercset helyezünk, az ábra szerint. Mekkora feszültség mérhető az $N_2 = 1000$ menetes tekercs kapcsain, ha az $N_1 = 200$ menetes tekercsben folyó áramot $0,02 \text{ s}$ alatt $0,5$ amperról egyenletesen $1,5$ amperre növeljük? (A vas közepes hossza $l = 25 \text{ cm}$, relatív permeabilitása $\mu_r = 800$.) – Feltételezzük, hogy μ_r eközben nem változik meg. Feltételezzük, hogy a szórt fluxus elhanyagolhatóan kicsi.



Megoldás:

A mágneses kör fluxusát az I áram létesíti. A mágneses indukció a vastestben:

$$B = \mu_0 \mu_r H = \mu_0 \mu_r \frac{N_1 \cdot I}{l},$$

ahol l a vastest közepes hossza.

A mágneses kör fluxusa:

$$\Phi = B \cdot A = \mu_0 \mu_r \cdot \frac{N_1 \cdot I}{l} \cdot A,$$

ahol A a gyűrű keresztmetszete.

A fluxus megváltozását az I áram megváltoztatása okozza. A fluxus megváltozása és változási sebessége:

$$\Delta \Phi = \Delta I \cdot \mu_0 \mu_r \frac{N_1}{l} \cdot A,$$

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Delta I}{\Delta t} \cdot \mu_0 \mu_r \frac{N_1}{l} \cdot A.$$

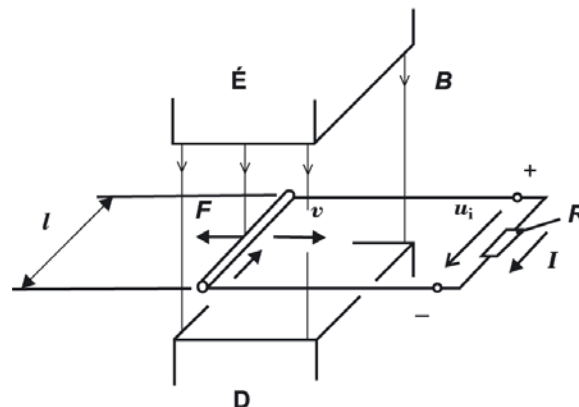
Számítsuk ki a fluxusváltozás sebességét!

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{1,5 - 0,5}{0,02} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8 \cdot 10^2 \cdot \frac{2 \cdot 10^2}{0,25} \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 50 \cdot 32 \cdot 10^{-5} = 1,6 \cdot 10^{-2} \frac{Vs}{s}.$$

A 2. tekercsben indukált feszültséget megkapjuk, ha a fluxusváltozást sebességét megszorozzuk a 2. tekercs menetszámával:

$$U_{i2} = N_2 \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-2} = 16 V.$$

12. feladat: Az ábrán egy $l = 10$ cm hosszúságú vezetőt láthatunk, amely $v = 0,5$ m/s sebességgel halad egy $B = 0,15$ T indukciójú térben. A vezető két végéhez egy ellenállás csatlakozik. A vezető sebessége a vezetőkre és az indukcióra is merőleges. Mekkora az u_1 indukált feszültség? Mekkora áram folyik az áramkörben, ha az R ellenállás értéke 10Ω ?

**Megoldás:**

$$u_i = 7,5 \text{ mV}; i = 750 \mu\text{A}, \text{ mivel}$$

$$u_i = B \cdot l \cdot v = 0,15 \cdot 0,1 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ mV};$$

$$i = \frac{u_i}{R} = \frac{7,5 \cdot 10^{-3}}{10} = 750 \mu\text{A}.$$

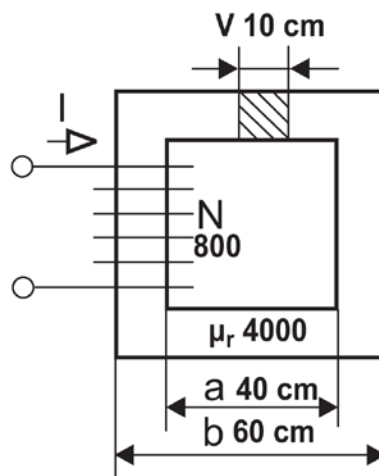
13. feladat: Egy tekercsben 20 mA áram folyik. Mekkora kell növelni az áramot 100 μ s alatt egy 200 mH induktivitású tekercsben ahhoz, hogy sarkain 200 V indukált feszültség keletkezzen?

Megoldás:

$$U_i = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \rightarrow \Delta I = \frac{U_i \cdot \Delta t}{L} = \frac{200 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{0,2} = 0,1 \text{ A} = 100 \text{ mA}$$

$$\Delta I = I_2 - I_1 \rightarrow I_2 = I_1 + \Delta I = 20 + 100 = \underline{\underline{120 \text{ mA}}}$$

14. feladat: Az ábrán látható tekercs árama 64 μ s alatt 150 mA-ról nullára csökken. Mekkora feszültség indukálódik a tekercsben?



Megoldás:

$$U_i = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = 16,08 \cdot \frac{0,15}{64 \cdot 10^{-6}} \cong \underline{\underline{37,69 \text{ kV}}}$$

$$L = N^2 \cdot \mu_r \cdot \mu_0 \cdot \frac{A}{l_k} = 800^2 \cdot 4000 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{100 \cdot 10^{-4}}{2} \cong 16,08 \text{ H}$$

$$A = \frac{b-a}{2} \cdot v = \frac{60-40}{2} \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$$

$$l_k = \frac{a+b}{2} \cdot 4 = \frac{40+60}{2} \cdot 4 = 200 \text{ cm} = 2 \text{ m}$$

15. feladat: Az 5.53 ábrán látható áramkörben egy induktivitást kapcsolunk az U_g generátorra.

a) Számítsuk ki a változás időállandóját!

b) Mennyi idő múlva állandósul az áramkörben folyó áram, és mekkora a max áramerősség?

c) Számítsuk ki, hogy a bekapcsoláshoz képest 15 ms múlva mekkora lesz az áramkörben folyó áram erőssége?

d) Mekkora feszültség mérhető az induktivitáson 15 ms elteltével?

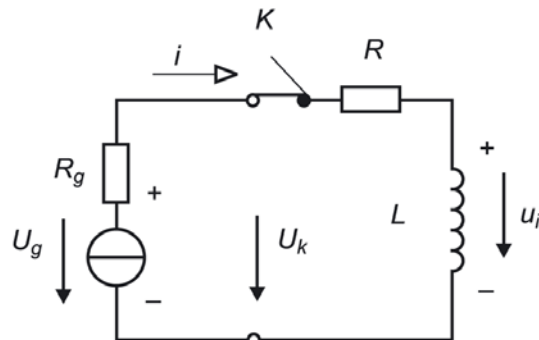
Adatok:

$$U_g = 20 \text{ V};$$

$$R_g = 1 \text{ } \Omega;$$

$$R = 100 \text{ } \Omega;$$

$$L = 1 \text{ H}.$$



5.53 ábra

Megoldás:

a) a változás időállandója: $\tau = \frac{L}{R} = \frac{1 \text{ H}}{(100 + 1) \Omega} \cong 10 \text{ ms}.$

b) Az áramkörben folyó áram gyakorlatilag $5\tau = 5 \cdot 10 = 50 \text{ ms}$ elteltével állandósul. Az áramkörben folyó max. áram meghatározásához alkalmazzuk Kirchhoff huroktörvényét:

$$U_g - u_i - i \cdot (R + R_g) = 0.$$

Akkor max. az áram, amikor az indukált feszültség nullára csökkent.

$$U_g - I_0 \cdot (R + R_g) = 0,$$

$$I_0 = \frac{U_g}{R + R_g} = \frac{20}{100 + 1} \cong 0,2 \text{ A} = 200 \text{ mA}.$$

c) A bekapcsolás pillanatában indukált u_i feszültség az áram ugrásszerű növekedésével megakadályozza. Emiatt az áram csak fokozatosan éri el az állandósult max. értéket, amikor az induktivitása már nem fejt ki ellenállást az árammal szemben. Az időbeli változást a következő egyenlőség írja le:

$$i = I_0 \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}).$$

Helyettesítsük be az ismert adatokat ($e \cong 2,718282$):

$$i_{15} = I_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 0,2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{15 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}}}\right) = 155,3 \text{ mA}.$$

d) Az induktivitáson mérhető feszültség folyamatos csökkenésének függvényét a következő egyenlőség írja le:

$$u_i = U_{i0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Helyettesítsük be az adatokat:

$$u_{i15} = 20 \cdot e^{-\frac{15 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-3}}} = 4,46 \text{ V}.$$

Az ábra szerinti áramkör időállandója 10 ms, az áram 50 ms idő elteltével gyakorlatilag eléri a 200 mA-es max. értékét. A K kapcsoló bekapcsolása után 15 ms-mal az áramkörben folyó áram erőssége 155,3 mA-re nőtt, az induktivitáson mérhető feszültség 4,46 V-ra csökkent.

16. feladat: Az ábrán egy áramkör kapcsolási rajza látható, amelyben az induktivitás egy K kapcsoló érintkezőjén át egy feszültséggenerátorra csatlakozik. A K kapcsoló átkapcsolásával az induktivitást leválaszthatjuk a feszültséggenerátorról, és ezzel egyidejűleg egy R ellenállást csatlakoztatunk az L induktivitású tekercsre.

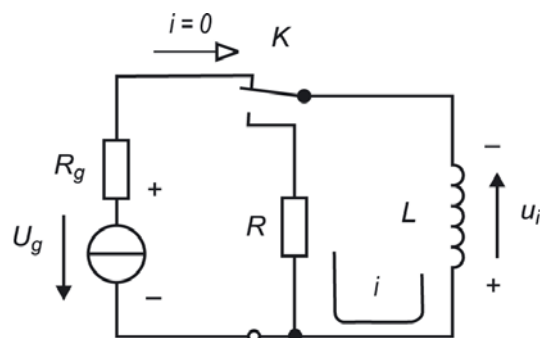
- Mekkora R ellenállást kell alkalmaznunk, hogy az indukált feszültség az első pillanatban ne haladja meg a 20 V-ot?
- Mekkora az áramkör időállandója, és mennyi idő múlva szűnik meg az i áram a tekercsben?
- Mekkora az indukált feszültség a kikapcsolás után 14 ms múlva?
- Mekkora a mágneses energia nagysága a tekercsben a kikapcsolás pillanatában?

Adatok:

$$U_g = 12 \text{ V};$$

$$R_g = 100 \text{ } \Omega;$$

$$L = 10 \text{ mH}.$$



Megoldás:

$$\text{a) A kikapcsolás pillanatában az áram: } I_0 = \frac{U_g}{R_g} = \frac{12}{100} = 120 \text{ mA}.$$

Kirchhoff hurokegyenletét felírva a K kapcsoló átkapcsolásának pillanatában:

$$I_0 \cdot R - u_i = 0.$$

$$\text{Ebből az R ellenállást kifejezve: } R = \frac{U_{i \max}}{I_0} = \frac{20}{120 \cdot 10^{-3}} = 167 \text{ } \Omega.$$

$$\text{b) Az időállandó: } \tau = \frac{L}{R} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{167} = 60 \text{ } \mu\text{s}.$$

$$\text{A kikapcsolás folyamata } 5\tau \text{ ideig tart: } 5\tau = 5 \cdot 60 = 300 \text{ } \mu\text{s}.$$

c) A kikapcsolás után 14 μs -mal az indukált feszültség:

$$u_{i14} = U_{i0} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 20 \cdot e^{-\frac{14 \cdot 10^{-6}}{60 \cdot 10^{-6}}} = 15,84 \text{ V}.$$

d) A tekercsben tárolt mágneses energia a kikapcsolás pillanatában:

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 120^2 \cdot 10^{-6} = 74 \mu W \cdot s .$$

Max. 167 Ω -os ellenállást alkalmazhatunk. Az áramkör időállandója ezzel az ellenállásértékkel 60 μ s. A folyamat 300 μ s alatt gyakorlatilag lezajlik, ennyi idő után áram már nem folyik a tekercsben. A kikapcsolás után 14 μ s-mal a tekercsen 15,84 V indukált feszültség mérhető. A kikapcsolás pillanatában, a tekercsben tárolt energia 72 μ W·s.